ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 NOVEMBRE 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Charles Platrier intitulé *Initiation aux mécaniques ondulatoires,* dont il a écrit la *Préface.*

MOTEURS THERMIQUES. — *Formules générales et simplifiées des turboréacteurs et turbopropulseurs à flux unique.* Note de M. **Maurice Roy.**

I. Pour la propulsion des avions, la turbine à gaz entre actuellement en jeu soit en actionnant une hélice (*turbopropulseur*), soit comme moteur compensé éjectant un flux réactif (*turboréacteur*), soit en combinant les deux effets.

La présente Note étend généralement à ces formes (à flux supposé unique) de la turbine à gaz, d'un haut intérêt pour l'aviation de demain, les formules simplifiées présentées dans deux Notes antérieures [1] et indique quelques résultats et conclusions de leur application.

II. Je conserve les hypothèses simplificatrices et les notations des Notes susdites.

L'air est supposé capté, à la vitesse v_0 de translation en régime, par un diffuseur à prise frontale et l'on pose $\delta = v_0^2/2\mathrm{CT}_0$. Captation et éjection (axiales) s'effectuent à la pression extérieure. On désigne en outre par ρ_f et ρ_j les rendements adiabatiques du diffuseur d'entrée (amont du compresseur) et des tuyères d'éjection (aval de la turbine), par ρ_h le rendement d'hélice (y compris réducteur).

Négligeant les pertes de charge entre compresseur et turbine, supposant exclus tout refroidisseur entre étages de compression et tout régénérateur, enfin admettant que la vitesse d'éjection est au moins égale à v_0, la hauteur de

---

[1] Cf. *Comptes rendus,* 214, 1942, p. 298; 221, 1945, p. 482.

détente est caractérisée par le nombre

$$(1)\qquad H = \frac{(1+\theta)M}{1+M} - \delta; \qquad \text{avec} \qquad M = \rho_f\delta + \frac{\gamma(1+\rho_f\delta)}{1+\delta};$$

la fraction $(1-\varepsilon)$ étant utilisée par la turbine de détente.

A la sortie de celle-ci, l'énergie cinétique du flux ne compte pas comme perte interne dans l'évaluation du rendement indiqué ρ'_d, qui peut donc atteindre une valeur au moins égale à l'optimum d'une turbine usuelle.

Divisé par CT_0 et rapporté à la masse-unité du flux, le travail indiqué de la turbine est $\rho'_d(1-\varepsilon)H$.

D'autre part on forme le nombre

$$(2)\qquad K = \frac{\left(1+\frac{\varepsilon H}{\delta}\right)[(1+\theta)-\rho'_d(1-\varepsilon)H]}{(1+\theta)-(1-\varepsilon)H}.$$

Alors, comptant la *résistance extérieure* de carène du système propulseur avec les résistances aérodynamiques du système propulsé, le *rendement global* η_g, rapport du travail utile de propulsion au pouvoir calorifique (*inférieur*, de préférence comme ci-après) consommé, est donné par

$$(3)\qquad \eta_g = \eta_b \frac{\rho_h\left[\rho_d(1-\varepsilon)H - \frac{\gamma}{\rho_c}\right] + 2\delta(\sqrt{\rho_j K}-1)}{1+\theta-\left(1+\delta+\frac{\gamma}{\rho'_c}\right)}.$$

Cette formule, jointe à (1) et (2), permet les discussions les plus *générales*. Pour $\varepsilon = 0$, on a un *turbopropulseur* pur, à effet de réaction négligeable. Pour $\varepsilon = 1 - \gamma/\rho_c\rho_d H = \varepsilon_M$, on a un *turboréacteur* pur. Pour $0 < \varepsilon < \varepsilon_M$, on a un *turbo-propulso-réacteur*, dont la puissance utile de propulsion se partage entre *hélice* et *jet* dans le rapport des deux termes en numérateur.

Comme pour la turbine à gaz ordinaire, les fatigues *mécanique* et *thermique* du rotor de la turbine de détente peuvent être caractérisées par les critères Υ et $(1+\lambda)$ de notre Note précédente. Dès que le rapport de pression ϖ dépasse 3 à 4, ces nombres limitent $(1+\theta)$ selon la formule approchée

$$(4)\qquad 1+\theta \cong 1+\lambda+0,66\Upsilon^2,$$

car le premier étage, même s'il existe seul comme dans les turboréacteurs à faible compression, ne doit laisser au flux qu'une faible énergie cinétique *restante*.

III. Par unité de puissance utile de propulsion, le débit-masse de flux actif est $1/CT_0N$, N étant le numérateur de la fraction en second membre de (3). Ce débit unitaire influence notablement les dimensions et poids du système propulsif, rapportés à la puissance utile.

IV. Quant à η_g, l'altitude de vol intervient surtout par T_0 car, à v_0, u et T_l

fixés, on peut concevoir que les divers ρ (et ρ') ainsi que η_b soient maintenus invariables, pour un système bien *adapté*.

Alors, dans (1) à (3) et ε restant arbitraire, seuls $(1+\theta)$, δ et γ varient, tous en raison inverse de T_0.

V. Faisons l'application pour des données actuellement réalisables, soit $\rho'_c = 0,845$; $\rho_c = 0,83$; $\rho'_d = 0,865$; $\rho_d = 0,850$; $\eta_b = 0,98$; $\rho_j = 0,95$; $\gamma T_0 = 0,37.288^\circ$ ($\varpi = 3$, au sol); $T_l = 823^\circ$ K.; $u = 250$ m/s.

Au sol ($T_0 = 288^\circ$), faisons $v_0 = 200$ m/s et $\rho_f = 0,95 (a)$ ou $v_0 = 250$ m/s et $\rho_f = 0,93$ (b) et réitérons (c) ce dernier cas pour l'altitude de 11 000^m ($T_0 = 216,5^\circ$ K.). Puis, pour tenir compte de la baisse du rendement d'hélice dans le domaine subsonique, supposons $\rho_h = 0,8$ (a), 0,7 (b) et 0,63 (c).

Dans ces conditions η_g passe par un maximum lorsque l'hélice assure 76 % (a), 50 % (b) ou 64 % (c) de la puissance totale de propulsion. Au sol, de 200 à 250 m/s le maximum de η_g varie très peu ($\simeq 0,153$), mais s'améliore notablement (0,169) à 11 000 m. Le gain relatif maximum de η_g est de 27,5 % (a), 7 % (b) et 15,5 % (c).

Par rapport au turboréacteur et au sol, le turbopropulseur est supérieur de 14,5 % (a), inférieur de 4 % (b), ou supérieur de 11 % (c).

Reprenons les mêmes cas, mais portons la compression à $\gamma T_0 = 0,67 \times 288^\circ$ ($\varpi = 6$, au sol) en admettant, toutefois, une diminution de ρ'_c et ρ_c, soit $\rho'_c = 0,805$ et $\rho_c = 0,79$. C'est ce que l'on obtiendrait en disposant un compresseur *centrifuge* ($\rho' = 0,795$) à l'aval du compresseur *axial* du cas précédent. On doit même pouvoir améliorer les rendements admis ici.

On note alors que η_g est maximum lorsque l'hélice assure 75 % (a), 28 % (b) ou 46 % (c) de la puissance totale de propulsion. En fait, à $v_0 = 250$ m/s et au sol, le *turboréacteur pur est pratiquement optimum*. Au sol et à $v_0 = 200$ m/s, les gains de η_g sont minimes par rapport aux machines à faible compression de l'exemple antérieur. Mais, à 11 000^m, ces gains sont très amplifiés et η_g atteint et dépasse 0,20, surclassant légèrement les motopropulseurs usuels de l'aviation actuelle. Toujours à cette altitude et à $v_0 = 250$ m/s, le réacteur pur (0,196) surclasse de 8 % le turbopropulseur et n'est surclassé que de 6,5 % par la combinaison optimum.

VI. De la discussion de ces exemples on peut retenir, pour orienter la technique de demain, que :

pour $v_0 > 700$ km/h, surtout en altitude, le turbopropulseur pur n'est guère supérieur au turboréacteur pur et tend à lui être inférieur si $v_0 > 900$ km/h;

la fraction de la puissance totale à assurer par l'hélice dans la combinaison *optimum* est largement variable avec les données d'espèces;

la supériorité de cette combinaison sur le turboréacteur pur s'atténue ou disparaît aux grandes vitesses ($v_0 > 900$ km/h), en même temps que celui-ci devient excellent, surtout en altitude, si sa compression est plus poussée sans que son rendement diminue trop, ce à quoi le *compresseur axialo-centrifuge* paraît prédestiné.

La suppression de l'hélice, de son réducteur et des étages inférieurs de la turbine, par l'économie de poids, d'encombrement et de prix qu'elle apporte, renforce ces conclusions favorables à une *évolution de la technique orientée vers le turboréacteur pur*.

M. **Robert Courrier**, faisant hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier sur l'*Endocrinologie de la gestation*, où se trouvent exposés les différents problèmes qu'il a discutés dans son enseignement au Collège de France au cours des années 1941, 1942 et 1943, s'exprime en ces termes :

Nous étudions tout d'abord la mise en marche de la gravidité, l'œuf libre en développement, sa nidation et sa placentation. La survie de l'œuf libre et son implantation dans l'utérus nous mettent immédiatement en face du problème endocrinien. Nous nous heurtons au passage à des questions encore mystérieuses : celle de la grossesse extra-utérine et celle de la nidation différée.

Le placenta une fois formé, tous les éléments de l'endocrinologie gravidique sont en place. Il faut alors accumuler les faits d'ordres divers pour saisir la constitution de l'équilibre hormonal. Nous examinons successivement les transformations de certains organes pendant la gestation, les renseignements fournis par le dosage des hormones dans les humeurs et les tissus, les facteurs expérimentaux qui agissent sur l'évolution de la grossesse. L'analyse de ces facteurs est d'une haute importance; elle comprend l'étude de ceux qui interrompent la gestation, de ceux qui assurent son maintien, enfin de ceux qui sont capables de la prolonger.

Nous arrivons ainsi à démontrer que la régulation hormonale gravidique est assurée par le système hypophyse, corps jaune, placenta. Nous constatons que ce système subit des fluctuations à travers les espèces, et chez la même espèce aux différents âges de la grossesse.

Ces changements de l'équilibre endocrinien nous font aboutir au déterminisme de la parturition.

Nous envisageons, pour terminer, le problème de la traversée placentaire des hormones.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste d'Astronome titulaire vacant à l'Observatoire de Paris, pour la première ligne M. *Daniel Chalonge* obtient 25 suffrages contre 21 à M. *Nicolas Stoyko* et 1 à M. *Henri Mineur*.

Pour la seconde ligne M. *Nicolas Stoyko* obtient 38 suffrages contre 1 à M. *Henri Mineur*. Il y a 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne.............. M. **Daniel Chalonge**.
En seconde ligne............... M. **Nicolas Stoyko**.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE ANALLAGMATIQUE. — *Un principe de traduction de propriétés géométriques de la droite et du cercle, en propriétés des séries de Villarceau d'une congruence paratactique.* Note de M. **Roger Pernet**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit CP une congruence paratactique; 2 séries Σ et Σ' de CP ont en commun 2 cercles C_1 et C_2 de CP. La présente Note a pour objet d'étudier la figure formée par 3 séries droites de CP ou quasi-triangle et de déduire, à la faveur des équivalences observées, de nouveaux résultats relatifs à certaines transformations représentant CP sur elle-même.

Angle d'une série oblique Σ *et d'une série droite* σ *de* CP. — Soient C_1 et C_2 les cercles de CP communs à Σ et σ, V leur angle de Villarceau et λ l'angle aigu sous lequel se coupent 2 cercles quelconques de Σ et de sa complémentaire Σ'. L'angle u est donné par la formule

$$\sin u = \operatorname{tang} V \cot \lambda.$$

De même, si W est l'angle aigu dont tourne la sphère contenant un cercle C' de Σ' pour passer de la position $(C'C_1)$ à $(C'C_2)$,

$$\cos W = \frac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \lambda}}{\sin \lambda};$$

W tend vers zéro avec V. D'où la notion de série droite *tangente* à une série oblique, comme limite d'une série sécante. Il est possible d'orienter une série et de parler de quasi-arc orienté. D'où la notion de série droite tangente orientée à une série oblique orientée.

Trilatère. — On appelle trilatère T l'ensemble de 3 séries droites de CP ne contenant pas toutes les trois un même anneau (¹). En même temps, on considère le trilatère associé T' déterminé par les anaxes (²) des 3 séries. Les séries droites *bissectrices* de T ont 3 à 3 un anneau commun et ce sont les *médiatrices* des quasi-côtés de T'. Les 6 anneaux représentant les quasi-milieux des quasi-côtés de T sont 3 à 3 sur 4 séries droites ayant pour anaxes les cercles des anneaux qui ont en commun 3 à 3 les *bissectrices* de T'. De même les 3 *hauteurs* de T ont en commun un anneau et sont aussi les *hauteurs* de T'. Les quasi-côtés de T rencontrent les quasi-côtés homologues de T' respectivement suivant 3 anneaux d'une même série droite dont les anaxes sont communs aux 3 hauteurs de T et T'. Plus généralement 3 séries droites *céviennes* ont leurs anaxes sur

---

(¹) Un *anneau* est la figure formée par deux cercles harmoniques ou conjugués.

(²) On appelle *anaxe* un anneau dont les deux cercles sont considérés comme axes de rotations anallagmatiques.

une même série droite dont les anaxes constituent l'anneau commun aux céviennes.

Quasi-triangle. — En faisant choix d'un cercle dans chacun des anneaux formant les quasi-sommets de T et après orientation, on obtient un *quasi-triangle* T_1 dont on considère en même temps l'associé T'_1.

Soit t la cotangente de l'angle moitié de l'un des angles de T_1 et θ celle du quasi-côté opposé. Posons

$$\begin{aligned} a &= 1 + t_1 t_2 + t_1 t_3 - t_2 t_3, & \alpha &= 1 + \theta_1\theta_2 + \theta_1\theta_3 - \theta_2\theta_3, \\ b &= 1 + t_2 t_3 + t_2 t_1 - t_3 t_1, \quad \text{et} & \beta &= 1 + \theta_2\theta_3 + \theta_2\theta_1 - \theta_3\theta_1, \\ c &= 1 + t_3 t_1 + t_3 t_2 - t_1 t_2, & \gamma &= 1 + \theta_3\theta_1 + \theta_3\theta_2 - \theta_1\theta_2, \\ d &= -1 + t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_2 t_3 & \delta &= 1 + \theta_1\theta_2 + \theta_1\theta_3 + \theta_2\theta_3. \end{aligned}$$

La considération simultanée de T_1 et T'_1 permet d'écrire

$$a\theta_1 = b\theta_2 = c\theta_3 \left(= \frac{\cot\lambda}{\sin\frac{C_1}{2}\sin\frac{C_2}{2}\sin\frac{C_3}{2}} \right) (C_1,\ C_2,\ C_3 \text{ angles du quasi-triangle}),$$

$$\alpha t_1 = \beta t_2 = \gamma t_3 \left(= \frac{\cot\lambda'}{\sin V_1 \sin V_2 \sin V_3} \right) (V_1,\ V_2,\ V_3 \text{ angles de Villarceau des quasi-côtés}),$$

d'où un système équivalent à un système de 3 relations indépendantes

$$a\,d\theta_1^2 = bc, \qquad b\,d\theta_2^2 = ac, \qquad c\,d\theta_3^2 = ab.$$

On obtient aussi un système équivalent en permutant lettres romaines et grecques. Signalons entre les 6 éléments la relation remarquable

$$\frac{1}{1 + \Sigma t_1 t_2} + \frac{1}{1 + \Sigma\theta_1\theta_2} = \frac{1}{2}.$$

Quasi-puissance. — On montre que dans CP le produit des cotangentes des angles de Villarceau déterminés par un cercle fixe et les cercles d'intersection d'une série oblique avec une série droite quelconque contenant I est constant. D'où la notion de quasi-puissance d'un cercle par rapport à une série oblique.

Quasi-homothétie. — Soit un cercle fixe I de CP et un nombre K. A tout cercle M de CP on fait correspondre un cercle M′ de manière : 1° que M, M′, I soient sur une même série droite; 2° qu'en désignant par θ la cotangente de l'angle de Villarceau du quasi-vecteur $\overrightarrow{IM}$ et θ' celle relative à $\overrightarrow{IM'}$ on ait $\theta' = K\theta$.

Quasi-inversion. — On définit de la même manière la quasi-inversion. Toute quasi-inversion est le produit d'une quasi-homothétie et d'une *association* ou quasi-inversion particulière remplaçant chaque cercle de CP par son conjugué; une telle transformation fait correspondre à une série de CP une autre série de CP. Elle conserve l'angle de 2 surfaces cerclées de CP ayant un cercle commun, mais non en général les autres propriétés anallagmatiques :

ainsi l'angle-rayon et l'angle superficiel d'une série oblique ne sont pas conservés, sauf dans le cas de l'association.

Il est clair qu'au point de vue angulaire les propriétés de la quasi-homothétie sont identiques.

Ces transformations jouent, pour l'étude des figures formées par les séries de CP, le même rôle que l'homothétie et l'inversion en géométrie plane et conduisent à des théorèmes analogues.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions entières de genre borné et à zéros réels et négatifs.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Nous avons déjà étudié ([1]) les suites de fonctions entières de genre au plus égal à un entier fixe p et ayant tous leurs zéros réels et négatifs. Nous nous proposons ici de donner des résultats généraux entraînant tous ceux de la Note citée et d'apporter à ceux-ci quelques précisions.

Nous poserons

$$f_n(z) = e^{c_0+c_1z+\ldots+c_pz^p}\prod\left(1+\frac{z}{\alpha_j}\right)e^{-\frac{z}{\alpha_j}+\ldots+(-1)^p\frac{z^p}{p\alpha_j^p}},$$

avec $c_q = a_q + ib_q$, les a_q, b_q et les α_j dépendant, bien entendu, de n.

Nous appellerons $\nu_n(t)$ le nombre de zéros de $f_n(z)$ de module $\leqq t$, E l'ensemble des points limites de zéros de $f_n(z)$, — l l'abscisse maxima des points de E, — L la borne supérieure des zéros, et Π le domaine constitué par le plan privé du segment $[-\infty, -L]$ de l'axe réel.

$\varphi(n)$ sera une fonction positive de l'entier n.

I. (α) Si 1° la suite des fonctions μ_n définies par $\mu_n(t) = \nu_n(t)/\varphi(n)$ est vaguement convergente ([2]) vers une fonction limite μ.

2° A étant un nombre réel positif tel que μ soit continue pour $t = A$,

(*a*) $$\frac{1}{\varphi(n)}\left[c_0 + \sum_{\alpha_j\leqq A}\log\frac{1}{\alpha_j}\right] \quad \text{a une limite} \quad C_0 = A_0 + iB_0,$$

(*b*) pour $q = 1, 2, \ldots, p$, $$\frac{1}{\varphi(n)}\left[c_q + \frac{(-1)^q}{q}\sum_{\alpha_j\leqq A}\frac{1}{\alpha_j^q}\right] \quad \text{a une limite} \quad C_q = A_q + iB_q,$$

(*c*) $$\frac{1}{\varphi(n)}\sum_{\alpha_j>A}\frac{1}{\alpha_j^{p+1}} \quad \text{a une limite} \quad k;$$

dans le domaine Π, la détermination de $1/\varphi(n)\log f_n(z)$ égale à $c_0/\varphi(n)$

([1]) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 225.

([2]) Cf. *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 371.

pour $z = 0$, converge vers

$$(1)\quad U(z)+iV(z)=\int_{-0}^{A}\log(z+t)\,d\mu(t)$$
$$+\int_{A}^{+\infty}\left\{\log\left(1+\frac{z}{t}\right)-\frac{z}{t}+\ldots+(-1)^p\frac{z^p}{pt^p}\right\}d\mu(t)$$
$$+C_0+C_1z+\ldots+C_pz^p+\frac{(-1)^p}{p+1}\left[k-\int_{A}^{+\infty}\frac{d\mu(t)}{t^{p+1}}\right]z^{p+1},$$

où les logarithmes sont pris avec un coefficient de i de module $< \pi$.

Réciproquement, la convergence de la détermination considérée de

$$\frac{1}{\varphi(n)}\log f_n(z),$$

sur un ensemble de points ayant un point d'accumulation intérieur à Π, entraîne que la condition 1° soit satisfaite et que (a), (b), (c) le soient, quel que soit A réel, positif, tel que μ soit continue pour $t = A$, de sorte qu'il y a convergence partout dans Π.

La connaissance de la fonction limite, holomorphe dans Π, détermine la fonction μ et, en fonction de A, les constantes C_0, ..., C_p et k. La fonction μ, nulle pour $t < 0$, et les constantes B_0, ..., B_p sont déterminées simplement grâce à la formule

$$(2)\quad \lim_{y \to +0} V(-t+iy)=\pi\frac{\mu(t+0)+\mu(t-0)}{2}+\sum_{0}^{p}(-1)^q B_q t^q \quad (^3);$$

A_0, ..., A_p et k sont donnés ensuite par la formule (1).

(β) Si l'on a les mêmes conditions que ci-dessus, où (a) sera remplacé par

$$(a')\quad \frac{1}{\varphi(n)}\left[a_0+\sum_{\alpha_j \leqq A}\log\frac{1}{\alpha_j}\right] \quad \text{a une limite } A_0,$$

la fonction réelle $1/\varphi(n)\log|f_n(z)|$ converge en dehors de E vers une fonction harmonique $U(z)$ donnée par une formule (1′) qui se déduit de (1) en remplaçant C_0 par A_0. Cette formule définit en même temps, en dehors du segment $[-\infty, -l]$ de l'axe réel, une fonction $V(z)$ qui satisfait à une formule (2′) déduite de (2) en remplaçant B_0 par zéro.

Réciproquement, la convergence de $1/\varphi(n)\log|f_n(z)|$ dans un domaine disjoint de E entraîne que la condition 1° soit satisfaite et que (a'), (b) et (c) le soient quel que soit A réel, positif, tel que μ soit continue pour $t = A$, de sorte qu'il y a convergence partout en dehors de E. La connaissance de la

---

(3) Le terme $\sum_{0}^{p}(-1)^q B_q t^q$ a été oublié dans la Note citée au paragraphe I, A.

fonction limite détermine la fonction μ et les constantes A_0, C_1, ..., C_p et k. La fonction $V(z)$ est d'abord déterminée à une constante près, la formule (2′) donne B_1, ..., B_p, après quoi A_0, A_1, ..., A_p et k sont donnés par la formule (1′).

II. Nous ajouterons les observations suivantes :

(α) Si l'on suppose que c_0, c_1, ..., c_p sont réels, on voit que la convergence de $1/\varphi(n)\log|f_n(z)|$ dans un domaine ou sur un segment de l'axe réel disjoints de E, entraîne la convergence partout dans Π de la détermination réelle pour z réel positif de $1/\varphi(n)\log f_n(z)$.

Il en est de même de la convergence de $1/\varphi(n)\log|f_n(z)|$ sur un segment d'une demi-droite issue du point x_0 de l'axe réel et faisant avec Ox l'angle θ (de module $<\pi$) si $x_0>-l$ et $|\theta|\neq m\pi/2r$ avec m entier impair et r entier $\leq p+1$, ou bien $x_0=-l$ et $|\theta|<\pi/2(p+1)$.

$U(z)+iV(z)$ est la fonction holomorphe dans Π qui coïncide avec $U(z)$ pour z réel positif.

(β) Ceci vaut en particulier si les $f_n(z)$ sont des produits canoniques de genre p, mais dans ce cas la convergence de $1/\varphi(n)\log|f_n(z)|$ sur un segment d'une demi-droite issue de zéro entraîne la convergence de $1/\varphi(n)\log f_n(z)$ dans Π s'il n'existe pas d'entier impair m tel que

$$|\theta|=\frac{m\pi}{2(p+1)},\qquad \text{si } l>0,$$

ou tel que

$$\frac{m\pi}{2(p+1)}\leq|\theta|\leq m\frac{\pi}{2p},\qquad \text{si } l=0.$$

D'autre part, les conditions (a) et (b) se réduisent à la condition (b), prise seulement pour $q=p$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de fonctions univalentes.* Note [1] de M. **Aryeh Dvoretzky**, présentée par M. Paul Montel.

1. Nous nous occupons des fonctions

$$(1)\qquad f(x)=x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n+\ldots,$$

holomorphes et univalentes dans $|x|<1$. On sait que, d'après M. Littlewood [2],

$$(2)\qquad \overline{\lim_{n=\infty}}\frac{|a_n|}{n}<e,\qquad \left[\text{ou même d'après Landau } \leq\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\right)e\right].$$

Le but de cette Note est de démontrer que, si la série (1) possède une certaine

---

[1] Séance du 5 novembre 1945.

[2] *Proceedings of the London Mathematical Society*, 2e série, 23, 1925, pp. 481-519.

nature lacunaire, on a non seulement (2), mais aussi

(3) $$\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{n} = 0.$$

Nous exigeons la notion de la *densité supérieure* d'une suite de nombres positifs croissants $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ que nous définissons égale à

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \frac{n}{\lambda_n}.$$

Quand nous parlerons de la densité supérieure des coefficients différents de zéro dans (1) etc., il faudra se rapporter toujours à la suite des indices correspondants.

2. Voici le théorème que nous nous proposons de démontrer :

A tout $k \geqq 0$, *on peut faire correspondre un* $\delta_k > 0$, *ayant la propriété suivante : toute série* (1) *univalente dans* $|x| < 1$, *et telle, que la densité supérieure de ceux de ses coefficients qui sont plus grands en valeur absolue que* k, *ne dépasse pas* δ_k, *vérifie la relation* (3).

De même on peut arriver au résultat plus général :

A toute fonction positive $\psi(n)$ *définie pour tous les* $n \geqq 1$, *vérifiant*

$$\lim_{n=\infty} \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^{n} \frac{\psi(\nu)}{\nu} = 0,$$

on peut faire correspondre un $\delta_\psi > 0$, *ayant la propriété que toute série* (1) *univalente dans* $|x| < 1$, *dont la densité supérieure des coefficients* a_n, *plus grands en valeur absolue que le terme correspondant* $\psi(n)$, *ne dépasse pas* δ_ψ, *vérifie* (3).

Ces théorèmes sont vrais *uniformément* pour une famille F de série (1) univalentes dans $|x| < 1$, si les conditions des théorèmes ont lieu *uniformément* dans F.

On peut dire que les théorèmes que nous venons d'énoncer expriment que : si assez de coefficients a_n sont *petits*, tous les coefficients sont *petits* (pour n suffisamment grand).

3. Nous n'indiquons ici que la démonstration de la première proposition pour le cas $k = 0$ (la démonstration pour $k > 0$ étant pareille à celle pour $k = 0$.)

D'après un raisonnement dû à M. Littlewood, on a, pour $0 < r < 1$,

$$|a_n| r^n \leqq \int_0^r \max_{|x|=t} |f(x)| \frac{dt}{t},$$

d'où

(4) $$|a_n| r^n \leqq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n} r^n.$$

D'autre part on peut démontrer le

Lemme. — *Soient* $c_n \geqq 0 (n = 1, 2, \ldots)$, *et soit* $\overline{\lim} c_n \leqq C$. *Alors, à tout*

$0 < \eta < 1$, *on peut faire correspondre un* $\Delta = \Delta(\eta) > 0$ *tel que, pour toute suite des entiers positifs croissants* λ_n *dont la densité supérieure ne dépasse pas* Δ, *on ait*

$$\overline{\lim_{r \to 1-0}} \frac{1-r}{r} \sum_{n=1}^{\infty} c_{\lambda_n} r^{\lambda_n} \leqq \eta c.$$

En choisissant $\eta < 1/e$ on voit que tout $\Delta(\eta)$ fourni par le lemme jouit des propriétés exigées de δ_0 dans le premier théorème.

En effet, en posant $c_n = |a_n|/n$ on a, d'après M. Littlewood, $C < e$, d'où, en vertu de (4) et du lemme,

$$|a_n| r^n < \eta \frac{r}{1-r}(1+\varepsilon_r)e,$$

où $\varepsilon_r \to 0$ quand $r \to 1-0$. En posant $r = 1 - 1/n$ on obtient

$$|a_n| < \eta \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n-1} n\left(1 + \varepsilon_{1-\frac{1}{n}}\right)e;$$

d'où

$$\overline{\lim}\, c_n = \overline{\lim} \frac{|a_n|}{n} \leqq \mathfrak{S} e, \qquad \text{avec } \mathfrak{S} = \eta e < 1.$$

Le même raisonnement appliqué une fois de plus donnera

$$\overline{\lim} \frac{|a_n|}{n} \leqq \mathfrak{S}^{\lambda} e.$$

Une application itérée de ce raisonnement fournira (3).

4. *Remarque.* — On peut obtenir des résultats analogues sur les coefficients des fonctions univalentes impaires ou, plus généralement, des fonctions univalentes symétriques d'ordre quelconque.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les divers types de corpuscules élémentaires.* Note de M. **Robert Murard.**

Si l'on admet les principes généraux qu'a posés M. J.-L. Destouches [1], à un corpuscule défini relativement à des procédés de morcellement donnés un observateur associe un élément de prévision (ou fonction d'ondes) X, qui est une fonction de point à plusieurs composantes; lors d'un changement de repère défini par une transformation de Lorentz, les éléments de prévision se transforment par la formule

$$X' = \mathbf{S}X.$$

La définition des opérateurs **S** sur l'espace des éléments de prévision constitue une représentation $\mathfrak{S}$ du groupe complet de Lorentz, dont on désigne par $\mathbf{T}_{ij}$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{S}_{x}$, les transformations élémentaires (rotations infinitésimales, transformations simples de Lorentz infinitésimales, symétrie).

---

(1) *Principes fondamentaux de Physique théorique*, Paris, 1942.

L'équation d'ondes d'un corpuscule est de la forme

$$\frac{\partial X}{\partial ct} = \mathbf{A}_1 \frac{\partial X}{\partial x} + \mathbf{A}_2 \frac{\partial X}{\partial y} + \mathbf{A}_3 \frac{\partial X}{\partial z} + \mathbf{C}X. \tag{1}$$

Les opérateurs $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{T}_{ij}$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{S}_{sy}$ constituent les générateurs de l'*anneau fondamental du corpuscule*.

Pour un corpuscule libre, $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{A}_3$ et $\mathbf{C}$ sont des opérateurs indépendants du temps, des variables d'espace et des opérateurs de dérivation par rapport à ces variables; ils symbolisent donc des substitutions linéaires à coefficients constants. Ces opérateurs sont liés aux transformations élémentaires $\mathbf{T}_{ij}$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{S}_{sy}$ par un système d'équations dit *système fondamental*; ces équations expriment l'invariance du système d'équations linéaires à coefficients constants (1) pour les transformations du groupe complet de Lorentz.

Dans le but d'éliminer certaines solutions parasites du système fondamental (solutions non physiquement distinctes d'autres plus simples), on est conduit à admettre les deux postulats suivants :

1° Les opérateurs associés aux diverses grandeurs physiques s'expriment en fonction du temps, des variables d'espace et des opérateurs de dérivation par rapport à ces variables, et des opérateurs de l'*anneau généralisé;* ce dernier est l'anneau complètement fermé le plus restreint comprenant tous les opérateurs de l'anneau fondamental.

2° Les opérateurs $\mathbf{T}_{ij}$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{S}_{sy}$ appartiennent à l'*anneau restreint*; ce dernier est l'anneau complètement fermé le plus restreint comprenant les opérateurs $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{A}_3$, $\mathbf{C}$.

On démontre alors que tout corpuscule apparaît comme une *superposition* de corpuscules de divers types, cette notion de superposition traduisant l'ignorance de l'observateur sur les propriétés du corpuscule observé et l'éventualité que celui-ci possède telles ou telles propriétés. Il suffit de connaître les corpuscules de type déterminé; pour ceux-ci l'anneau fondamental est irréductible et la représentation $\mathfrak{S}$ du groupe complet de Lorentz est ou bien irréductible, ou bien décomposée en représentations irréductibles identiques.

Il est possible de trouver la forme générale des relations (1) pour un corpuscule de type déterminé. On est conduit cependant à éliminer certaines solutions qui apparaissent comme des solutions étrangères, en admettant que l'opérateur de masse (dont les valeurs propres constituent les diverses masses propres du corpuscule) n'a aucune valeur propre nulle, ou tout au moins en admettant que le cas des valeurs propres nulles de l'opérateur de masse est un cas limite de celui des valeurs propres non nulles.

On trouve qu'à tout entier $q \geq 0$ il est possible d'associer une solution du problème, caractérisée par la représentation $\mathcal{D}_{[q/2,(q+1)/2]}$ du groupe complet de Lorentz.

Mais, dans le cas où $q \neq 0$, la structure des éléments de prévision est la même que pour un système composé de deux parties auxquelles seraient associées respectivement les représentations $\mathcal{D}_{(q/2,0)}$ et $\mathcal{D}_{[(q-1)/2,0]}$; ces deux parties seraient d'ailleurs représentées par le même point de l'espace. La méthode indiquée permettant en quelque sorte de distinguer dans le corpuscule considéré deux parties, un corpuscule de ce type ne peut être considéré comme insécable par tout procédé de morcellement.

On arrive à la conclusion que les corpuscules élémentaires correspondent nécessairement à la valeur $q = 0$; ce sont donc des corpuscules de spin 1/2; ils sont par suite nécessairement du type de Dirac, ainsi que nous l'avons déjà indiqué ([2]).

D'après ce qui précède, les particules de spin 1 (photon, méson) ou 2 (graviton) ne peuvent être considérées comme des corpuscules élémentaires; il nous reste à indiquer comment la théorie générale rend compte de leurs propriétés.

Conclusion. — Il apparaît que les corpuscules élémentaires sont tous de spin 1/2 et par suite du type de Dirac. D'ailleurs on montre que réciproquement tout corpuscule du type de Dirac peut être véritablement considéré comme élémentaire, dans le sens suivant : si un corpuscule $\mathcal{C}$, défini relativement à des procédés de morcellement $\mathcal{M}$, est du type de Dirac, il n'existe pas de procédés de morcellement $\mathcal{M}'$ plus fins que $\mathcal{M}$ et obéissant aux postulats de la théorie du morcellement, qui permettent de distinguer dans $\mathcal{C}$ des parties $\mathcal{C}'$ obéissant encore aux postulats de la théorie des corpuscules.

PHYSIQUE. — *Détermination, par la condition de* moindre imprécision, *du polynome du second degré représentant au mieux l'ensemble d'une courbe expérimentale.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons indiqué ([1]) qu'il y avait deux manières d'appliquer la méthode de la *moindre imprécision* à la détermination, au mieux, des coefficients d'une courbe expérimentale : ou bien on cherche pour eux-mêmes *chacun* de ces coefficients, indépendamment; ou bien on veut déterminer la loi prise dans son *ensemble*, l'incertitude devant se trouver réduite au minimum même aux points les plus défavorisés. Le problème a été résolu complètement dans ladite Note, dans le cas d'une loi linéaire; nous indiquions qu'il semblait inabordable dans les autres cas.

Nous allons montrer aujourd'hui que le problème peut être résolu et traiter le cas de la représentation par une loi du second degré ($Ax^2 + Bx + C$). On admettra, pour préciser, un nombre impair ($2N + 1$) d'ordonnées expérimen-

---

([2]) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 577-579.

([1]) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 33.

tales distantes d'une unité. A, B, C sont donnés (²) par les trois relations

$$A = a_1(y_1 + y_{2N+1}) + a_2(y_2 + y_{2N}) + \ldots + a_N(y_N + y_{N+2}) + a_{N+1}y_{N+1},$$
$$B = b_1(y_1 - y_{2N+1}) + b_2(y_2 - y_{2N}) + \ldots + b_N(y_N - y_{N+2}),$$
$$C = c_1(y_1 + y_{2N+1}) + c_2(y_2 + y_{2N}) + \ldots + c_N(y_N + y_{N+2}) + c_{N+1}y_{N+1},$$

où les coefficiénts numériques a_i, b_i, c_i sont liés par

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} 2a_1 + 2a_2 + \ldots + 2a_N + a_{N+1} = 0, \\ N^2 a_1 + (N-1)^2 a_2 + \ldots + 4a_{N-1} + a_N = 1:2, \\ N b_1 + (N-1) b_2 + \ldots + 2b_{N-1} + b_N = -1:2, \\ 2c_1 + 2c_2 + \ldots + 2c_N + c_{N+1} = 1, \\ N^2 c_1 + (N-1)^2 c_2 + \ldots + 4c_{N-1} + c_N = 0. \end{cases}$$

Une ordonnée calculée se formule

$$(y) = \Sigma(a_i x^2 + b_i x + c_i)y_i + \Sigma(a_i x^2 - b_i x + c_i)y_{2N+2-i}.$$

Les ordonnées expérimentales sont ainsi multipliées par des coefficients dont nous considérerons d'abord les valeurs pour les ordonnées extrêmes. Nous poserons ainsi ($p_{N+1} \equiv q_{N+1}$),

$$a_i N^2 - b_i N + c_i = p_i, \qquad a_i N^2 + b_i N + c_i = q_i.$$

Nous en tirerons immédiatement

$$(\mathrm{II})\qquad a_i N^2 + c_i = (p_i + q_i):2;$$
$$(\mathrm{III})\qquad b_i = (q_i - p_i):2N.$$

En combinant (I), (II), (III) on trouve, en tout état de cause, entre les p_i et les q_i, les relations

$$(\mathrm{IV})\quad \begin{cases} N^2 p_1 + (N-1)^2 p_2 + \ldots + p_N + q_N + \ldots + (N-1)^2 q_2 + N^2 q_1 = N^2, \\ N p_1 + (N-1) p_2 + \ldots + p_N - q_N - \ldots - (N-1) q_2 - N q_1 = N, \\ p_1 + p_2 + \ldots + p_{N-1} + p_N + p_{N+1} + q_N + q_{N-1} + \ldots + q_2 + q_1 = 1. \end{cases}$$

Aux notations près, c'est exactement le même système que celui

$$\Sigma i^2 \alpha_i = N^2, \qquad \Sigma i \alpha_i = N, \qquad \Sigma \alpha_i = 1,$$

étudié dans une Note (³) antérieure. Ceci prouve que les p_i et les q_i, rangés dans l'ordre $p_1 p_2 \ldots p_{N-1} p_N p_{N+1} q_N q_{N-1} \ldots q_2 q_1$, sont les $(2N+1)$ α_i, solutions de ces équations : sous la réserve que les autres conditions (car il n'y a pas à considérer que les valeurs $\pm N$ de x) ne soient pas plus restrictives. Il faut, pour s'en assurer, rechercher si les autres coefficients des y_i, à savoir les divers $|a_i x^2 + b_i x + c_i|$, passent bien par des maxima pour la plus grande valeur μ des valeurs des $|p_i|$ ou $|q_i|$ trouvées en solution de (IV).

(²) *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 568.

(³) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 289.

Désignons par v_j lesdits autres coefficients des y_i. Compte tenu des équations (I), (II), (III), ils peuvent s'exprimer en fonction de k d'entre eux que nous désignerons par $v_1 \ldots v_k$. Imposons donc aux v_j les conditions $v_j = \pm \mu$. Il en résulte pour $v_1 \ldots v_k$ un *domaine d'existence*, dont la détermination, élémentaire mais pénible, suppose la considération d'un grand nombre d'inégalités à k variables.

Nous n'avons étudié numériquement, comme bien assez compliqués, que les cas de 4, 5, 6, 7 ordonnées expérimentales. μ rend bien alors maxima les $v_1 \ldots v_k$. Nous admettrons comme vraisemblable la généralité de ce résultat. Ceci entraîne que les valeurs trouvées pour les p_i et les q_i, en se limitant au système simple (IV), seront considérées comme correctes.

En résumé, pour calculer, par la moindre imprécision, un polynome du second degré représentant au mieux un *ensemble* d'ordonnées expérimentales, on ne détermine pas complètement les coefficients constitutifs a_i, b_i, c_i. *Seuls* sont précisés les coefficients b_i et les combinaisons $(a_i N^2 + c_i)$, les a_i et les c_i, pris individuellement, n'étant déterminés qu'avec une certaine latitude.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Relations entre certaines grandeurs macroscopiques et moléculaires*. Note de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

En reprenant une image de l'état liquide donnée par M. Brillouin [1], dans laquelle on considère des particules à symétrie sphérique, avec une distance interparticulaire r_0 pour laquelle la force d'interaction $f(r)$ est nulle, et une distance minima r_1 d'impénétrabilité (correspondant à la zone répulsive), on peut calculer l'élément de force provenant de l'action d'une tranche de l'ensemble, de cote z et d'épaisseur dz, sur une particule dont la cote du centre est a. Si $\mathcal{N}$ est la densité particulaire moyenne et selon que la tranche z, dz est incomplète ou complète, c'est-à-dire coupe ou non la sphère de rayon r_1, l'élément de force est représenté par l'une ou l'autre des composantes portées par Oz

$$\Delta F_i = -2\pi\mathcal{N}(z-a)\mathcal{F}(r_1)\,dz,$$

$$\Delta F_c = -2\pi\mathcal{N}(z-a)\mathcal{F}(z-a)\,dz,$$

où

$$\mathcal{F}(r) = \int_r^{\prime} -f(r)\,dr.$$

Dans cet ensemble, la pression interne p_i est la résultante des actions de toutes les particules ayant leur centre au-dessus de 1^{cm^2} du plan $z = 0$ sur

(1) *Ann. de Phys. et Chim.*, 8e série, **28**, 1913, pp. 48 et 567.

toutes les particules ayant leur centre en-dessous; elle a pour valeur

$$p_i = 2n\mathcal{N}^2 \int_{r_1}^{\infty} \frac{r^3}{3} f(r)\, dr,$$

elle peut s'annuler et même changer de signe si r_1 vient à diminuer.

On peut admettre que le domaine d'impénétrabilité r_1 diminue si la température ou la pression totale $p = p_i + p_e$ (p_e étant la pression extérieure) augmentent et qu'il existe une relation $\Phi(r_1, p, 3RT/2N) = 0$ constituant pour l'ensemble une équation d'état écrite *sur le plan intérieur*.

En appelant μ et v la masse et le volume spécifiques, on peut démontrer directement que l'énergie de dispersion, par extraction de l'ensemble, des $\mathcal{N}/\mu$-particules contenues dans 1^g est, moyennant certaines approximations, indépendante de la structure de la couche capillaire. Si JL est l'énergie de vapori sation et si l et v sont des indices se rapportant aux phases liquide et vapeur en présence, l'énergie de dispersion est

$$JD = JL - RT = p_{i_l} v_l - p_{i_v} v_v.$$

L'énergie nécessaire pour éloigner deux parties de l'ensemble, primitivement en contact suivant 1^{cm^2} de surface, laissant le vide entre elles et conservant une densité particulaire $\mathcal{N}$ constante, est

$$W = 2n\mathcal{N}^2 \int_{r_1}^{\infty} \frac{r^4}{8} f(r)\, dr.$$

La réorganisation des couches capillaires en densité et pression interne décroissantes ([2]) restitue une partie de l'énergie et l'on peut admettre que le travail superficiel réel est seulement $\gamma = W/\beta$. Il se trouve que dans les applications numériques c'est $\beta = 2$ qui semble convenir; γ représentant alors numériquement la tension superficielle.

En introduisant la fonction d'interaction $f(r)$ utilisée par de nombreux auteurs ([3]), mais écrite sous la forme

$$f(r) = a_k \frac{r^n - r_0^n}{r^k}$$

et en remarquant que les intégrales figurant dans les expressions de JD et de γ sont maxima pour $r_1 = r_0$, on a, déjà, avec une certaine approximation, dans le cas d'une phase liquide en présence du vide,

$$r_0 = \beta \frac{8}{3} \frac{(k-5-n)(k-5)}{(k-4-n)(k-4)} \frac{2\gamma}{\mu JD}.$$

([2]) Y. Rocard, *Journ. de Phys.*, 7e série, 4, 1933, p. 533.

([3]) Lennard, Jones et Devonshire, *Proc. Roy. Soc.*, A, **163**, 1931, p. 53; A, **165**, 1938, p. 1; Hildebrand, Wakeham et Boyd, *J. Chem. Phys.*, **7**, 1939, p. 1094.

Il est remarquable en effet que l'expression $2\gamma/\mu JD$ ait les dimensions d'une longueur et soit toujours de l'ordre de quelques 10^{-8} cm.

On peut noter que les intégrations successives introduites dans les calculs conduisent à admettre que la fonction d'interaction $f(r)$ ne contient pas de terme décroissant moins vite que r^{-5}, ce qui est également visible sur l'expression de r_0 donnée ci-dessus, la quantité $k - 5 - n$ devant être positive.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Les champs électriques dans les génératrices électrostatiques à inducteurs chargés par ionisation.* Note [1] de M. **Pierre Jolivet**.

Il s'agit des génératrices à influence équipées, selon un montage déjà décrit, avec des inducteurs dont chacun comporte une armature recouverte d'isolant [2].

La surface externe de cet isolant se charge lors de l'ionisation intermittente de la couche gazeuse séparant l'inducteur du plateau isolant rotatif, ionisation produite par l'application momentanée d'une différence de potentiel suffisante entre l'armature et le peigne situé en face de cette armature. L'annulation ultérieure, par une liaison appropriée, de cette différence de potentiel, produit un champ électrique excitateur en regard du peigne, dans ladite couche gazeuse dont l'ionisation a cessé.

Ce champ est sensiblement normal à la surface du plateau, le couple résistant étant dû à l'inclinaison des lignes de force dans les régions situées en aval du peigne.

Lorsque l'ionisation de rechargement a été faite à la pression gazeuse actuelle, différentes expériences concordent pour montrer que la valeur du champ excitateur est voisine de celle du champ critique qui pourrait exister dans la couche gazeuse à la pression actuelle. Ce champ critique peut être connu par des essais préliminaires [3].

Sur la surface peignée du plateau il existe, en face des pointes du peigne, un autre champ électrique que l'on pourrait dénommer champ de transfert, parce qu'il entretient l'ionisation nécessaire à l'échange des charges entre les pointes et la surface isolante en mouvement.

A vitesse de rotation donnée et à champ excitateur constant, le champ de transfert dépend du gaz, de l'état du gaz, de la constitution du peigne et, dans une certaine mesure, de la tension entre les pôles de la génératrice.

Lorsque le champ de transfert peut être considéré comme normal à la surface du plateau, la différence : champ excitateur-champ de transfert, représente le champ qui existerait à la surface d'un conducteur chargé

---

(1) Séance du 12 novembre 1945.

(2) P. Jolivet, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 744.

(3) P. Jolivet, *ibid.*, 202, 1936, p. 2051.

avec une densité égale à celle qu'ont les charges sur la surface du plateau rotatif.

La connaissance de ce dernier champ résulte de ce qu'il est proportionnel au courant de convection, c'est-à-dire à la somme du courant mesuré en aval des pôles et des fuites qui peuvent exister aux pôles et en amont des pôles.

Lors de l'augmentation de la pression d'un gaz donné, la diminution du rapport (champ de transfert-champ excitateur critique) est un fait à signaler en faveur de l'emploi des pressions gazeuses élevées comme milieu de fonctionnement des machines électrostatiques et grâce auquel le débit s'accroît notablement. D'autre part, à pression donnée, les changements de gaz essayés, propane, air ou azote, CO^2, donnent des résultats inattendus.

Le débit le plus faible est obtenu avec le propane, qui procure cependant le plus grand champ critique et par conséquent le plus grand champ excitateur après l'ionisation de rechargement, tandis que le débit le plus fort est obtenu avec CO^2, qui procure le plus faible champ critique.

Le rapport (champ de transfert-champ excitateur critique) a les valeurs moyennes suivantes pour des pressions comprises entre celle de l'atmosphère et quelques kg/cm^2 :

0,67 dans le propane, 0,56 dans l'azote, 0,35 dans le CO^2.

Ces faits révèlent la complexité des phénomènes dont il faut tenir compte pour le choix du milieu gazeux baignant la machine, compte tenu de la tension disruptive entre les peignes et dont dépend la puissance maximum.

Jusqu'à présent les meilleurs résultats ont été obtenus avec CO^2. C'est ainsi qu'avec ce gaz le débit, mesuré à la suite d'un rechargement par ionisation et avant de modifier la pression gazeuse, se trouve multiplié par 2,6 et la puissance maximum par 8 lorsque la pression, initialement égale à celle de l'atmosphère normale, augmente de 3 kg/cm^2.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Condensateur pour la mesure de la constante diélectrique d'un liquide.* Note de M. **Jean Benoit** et Mlle **Lucie Fouquet**, présentée par M. Aimé Cotton.

La réalisation du condensateur cylindrique décrit plus bas a eu pour but de rendre compatibles les conditions suivantes :

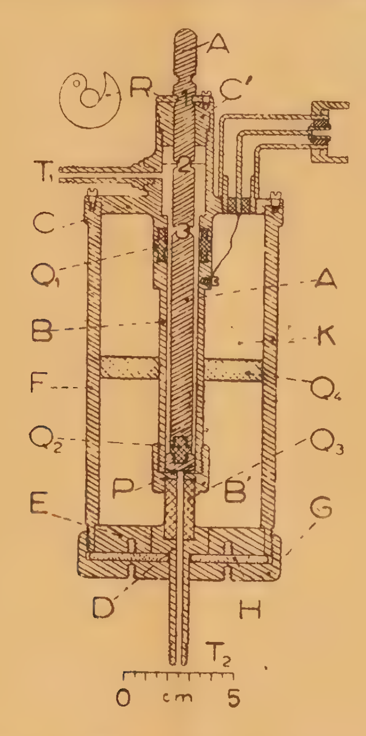
1° opérer sur un faible volume de liquide;

2° obtenir l'invariance de la capacité à vide en fonction de la température;

3° assurer au diélectrique une température homogène dans le condensateur;

4° éliminer, dans les mesures, les zones où les lignes de force du champ électrique ne sont pas radiales.

La deuxième condition a été satisfaite en choisissant comme matériaux



l'acier invar et le quartz; les autres sont remplies grâce au mode de construction que nous allons décrire.

Le condensateur, du type cylindrique, comporte une armature interne A, qui doit être reliée à la terre; elle coulisse dans le manchon C′. D'autre part le piston P guide l'extrémité de A dans le tube B, qui sert d'armature externe isolée de A, par les pièces de quartz Q_1 et Q_2 emmanchées à force en présence de ciment. Le bouchon vissé B′ ferme l'extrémité inférieure du condensateur. Le bouchon C′ ferme l'extrémité supérieure; il est muni d'une rondelle R, ayant une fente de forme convenable, qui vient se loger dans l'un des crans 1, 2 ou 3 de l'électrode A.

L'électrode B, portée à un potentiel alternatif de haute fréquence V, est entièrement protégée par l'ensemble du couvercle C, du tube F et des pièces E et D, toutes au même potentiel que A, R et C′ (c'est-à-dire au potentiel du sol). Une rondelle de quartz Q_4 centre B par rapport à F.

On voit d'autre part que toutes les capacités parasites et celles où les lignes de force ne sont pas radiales restent les mêmes lorsque la rondelle R est engagée dans le cran 1, ou dans les crans 2 ou 3. Ces capacités parasites s'éliminent donc si l'on mesure la différence des capacités présentées par l'appareil avec deux positions successives de l'électrode A.

L'appareil est plongé dans un thermostat. Un couvercle G et un joint H en caoutchouc évitent toute rentrée d'eau dans l'enceinte K. Le liquide étudié est introduit ou évacué par les tubes T_1 et T_2 et remplit seulement l'espace ombré sur la figure. On peut le faire circuler du thermostat dans le condensateur à travers ces tubes, grâce à une très petite pompe en verre non figurée. Le liquide est donc à une température bien homogène par suite de l'agitation ainsi créée.

Finalement cet appareil permet d'opérer avec au maximum 12^{cm^3} de liquide dans le condensateur (il en faut en outre 36^{cm^3} dans la pompe si l'on désire faire une circulation). C'est le peu de différence de diamètre entre A et la paroi interne de B qui a rendu possible l'emploi d'un faible volume de liquide. Mais il s'ensuit que la capacité électrique est également faible (8,82 U. E. S. de différence entre les niveaux 1 et 3, dans le cas de l'air comme diélectrique). Aussi a-t-il fallu un travail mécanique très précis et un centrage rigoureux des pièces (par des portées convenablement disposées) pour que la définition et la mesure de cette capacité puissent avoir une précision relative élevée. Le travail mécanique a été réalisé à 1/100 de millimètre près.

Enfin il est bon de faire circuler, dans l'enceinte K, de l'air venant d'un serpentin plongé dans le thermostat. L'équilibre de température de tout l'appareil est ainsi plus rapide et plus sûr.

Ce condensateur permet de faire des mesures de constantes diélectriques avec une précision relative de 1/1000 en vue de la détermination des moments polaires des liquides. En général nous l'utilisons pour des mesures relatives, en prenant comme étalon du benzène pur. Mais il permet également des mesures absolues, car sa capacité est facilement calculable à partir de ses dimensions géométriques.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Effet d'un faisceau électronique sur les fréquences propres d'une cavité électromagnétique.* Note [1] de M. **Théo Kahan**.

Soit une cavité électromagnétique à parois parfaitement conductrices remplie d'un diélectrique et excitée par un faisceau électronique de courant i et de densité ρ. Je me propose d'étudier l'effet de ce courant électronique sur les fréquences propres de la cavité.

Les équations de Maxwell correspondantes s'écriront

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{rot} E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t},$$

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{rot} H = \varepsilon \frac{\partial i}{\partial t} + i,$$

$$\text{(3)} \qquad \varepsilon \operatorname{div} E = \rho, \qquad \operatorname{div} H = 0.$$

[1] Séance du 22 octobre 1945.

On en déduit aisément pour le champ électrique E l'équation aux dérivées partielles

$$\Delta E - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho, \tag{4}$$

où, comme les champs, les courants et les densités sont censées varier suivant la loi $\exp j\omega t$,

$$\Delta E + \omega^2 \varepsilon\mu t = j\omega\mu i + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho = \Psi(q_1, q_2, q_3), \tag{5}$$

où j'ai posé

$$j\omega\mu i + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho = \Psi = \text{fonction des coordonnées générales } q_1, q_2, q_3.$$

En posant $k^2 = \omega^2 \mu\varepsilon$, on aura

$$\Delta E + k^2 E = \Psi(q_1, q_2, q_3). \tag{6}$$

Or, suivant une méthode classique en Mécanique ondulatoire, je puis développer les fonctions E et Ψ suivant les fonctions propres des oscillations libres $E(n_1, n_2, n_3)$ de la cavité résonnante, oscillations qui obéissent à l'équation

$$\Delta E(n_1, n_2, n_3) + k_0^2(n_1, n_2, n_3) E(n_1, n_2, n_3) = 0, \tag{7}$$

avec

$$k_0^2(n_1, n_2, n_3) = \omega_0^2(n_1, n_2, n_3) \varepsilon\mu, \tag{8}$$

$\omega_0(n_1, n_2, n_3)$ étant les fréquences propres de la cavité caractérisées par les entiers n_1, n_2, n_3.

La différence entre k^2 et $k_0^2(n_1, n_2, n_3)$ est due précisément au changement de fréquence propre provoqué par le passage du faisceau électronique.

Les $E(n_1 n_2 n_3)$ forment un système orthogonal complet, normé par hypothèse,

$$\int_V E(n_1, n_2, n_3) E^*(n_1, n_2, n_3) = \int_V |E(n_1, n_2, n_3)|^2 dV = 1, \tag{8}$$

$$\int_V E(n_1, n_2, n_3) E^*(m_1, m_2, m_3) dV = 0 \qquad (n_1, n_2, n_3 \neq m_1, m_2, m_3), \tag{9}$$

$E(n_1, n_2, n_3)$, $E(m_1, m_2, m_3)$ étant les fonctions propres correspondant aux valeurs propres $k^2(n_1, n_2, n_3)$, $k^2(m_1, m_2, m_3)$ dans le volume V.

Je puis maintenant développer la fonction d'excitation Ψ et les champs E en série de fonctions orthogonales

$$\Psi = \sum_l \psi_l E_l, \tag{10}$$

avec

$$\psi_l = \int_V \Psi E_l \, dV, \tag{11}$$

et

(12) $$E = \sum_l e_l E_l$$

avec

(13) $$e_l = \int_V E E_l \, dV,$$

où je pose pour abréger $l = (n_1, n_2, n_3)$.

Ceci posé, je tire de (10), de (11) et de (6)

(14) $$\sum_l e_l \Delta E_l + \sum_l e_l k^2 E_l = \sum_l \psi_l E_l,$$

(15) $$k^2 - k_{0l}^2 = \frac{\psi_l}{e_l}.$$

Si le couplage faisceau-cavité est faible, on aura sensiblement

$$k = k_{0l} + \delta k, \qquad k^2 = k_{0l}^2 + 2 k_{0l} \delta k,$$

d'où l'on tire

$$\delta k = \frac{k^2 - k_{0l}^2}{2 k_{0l}} = \frac{1}{2 k_{0l}} \frac{\psi_l}{e_l} = \frac{\int \Psi E_l \, dV}{2 k_{0l} \int E E_l \, dV}.$$

Or, si $\delta k \ll k_{0l}^2$,

$$E \simeq E_l \qquad \text{et} \qquad \delta k = \frac{\int \Psi E_l \, dV}{2 k_{0l} \int E_l^2 \, dV} = \frac{1}{2 k_{0l}} \int \Psi E_l \, dV$$

en vertu de (8). Or, par définition,

$$\Psi = j \omega \mu i + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho,$$

où i et $\operatorname{grad} \rho$ sont également développables en série de fonctions orthogonales E_l.

$$i = \sum_l i_l E_l,$$

$$\operatorname{grad} \rho = \sum_l \rho_l E_l.$$

On obtient donc finalement ($k = 2\pi/\lambda$)

$$\delta k = -\frac{2\pi \, \delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{j \omega_{0l} \mu}{2 k_{0l}} \int E_l i \, dV + \frac{1}{2 k_{0l}} \int E_l \operatorname{grad} \rho \, dV$$

$$= \frac{j \omega_{0l} \mu}{2 k_{0l}} i_l + \frac{1}{2 k_{0l}} \rho_l = \frac{j}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \, i_l + \frac{\rho_l}{2 k_{0l}}.$$

Telle est la variation de longueur d'onde propre $\delta\lambda$ due au passage du faisceau électronique excitateur.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'étude des multivibrateurs utilisant deux lampes triodes.* Note de M. **Jean Queffelec**, présentée par M. Camille Gutton.

1. Nous avons indiqué [1] que des hypothèses bien légitimes sur le fonctionnement des lampes permettaient une étude simple et pratique de l'oscillateur à réaction.

Ces hypothèses reviennent à admettre que les valeurs instantanées du courant plaque i_p et des tensions plaque v_p et grille v_g vérifient les équations

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{lll} R_i \times i_p = v_p + \mu v_g + v_0 & \text{si} & v_p + \mu v_g + U_0 \geqq 0, \\ R_i \times i_p = 0 & \text{si} & v_p + \mu v_g + U_0 \leqq 0. \end{array}\right.$$

tant que v_p est positif et supérieur à v_g.

Ces mêmes hypothèses, et l'assimilation de l'espace filament-grille à une résistance chaque fois que v_g est positif, permettent de définir une méthode d'étude des multivibrateurs.

2. Les multivibrateurs étudiés ne doivent pas comporter de self, c'est-à-dire que les cofficients L/R des circuits doivent être négligeables.

Les intensités peuvent ainsi varier considérablement en un temps extrêmement court, pendant lequel les charges des capacités ne varient pas. Les capacités se comportent, pendant cette brève durée, comme des générateurs de courant continu.

3. Un montage électrique alimenté par des tensions continues n'engendre normalement que des courants continus. Un tel montage peut en ce cas être considéré comme stable, puisque la valeur des tensions et des intensités ne varie pas dans le temps. Dans un tel système les capacités ne jouent aucun rôle dans la répartition des tensions et des intensités.

4. Les équations (1) indiquent que i_p est fonction de v_g. Analytiquement v_g peut aussi être considéré comme fonction de i_p. Physiquement ceci n'a aucun sens; nous savons que le courant de plaque est sans action sur le potentiel de grille, c'est ainsi que, quand i_p est nul, v_g est indéterminé.

Cette remarque est fondamentale pour l'étude physique de la stabilité.

5. Nous utilisons comme paramètres de calcul les intensités de plaque des deux lampes. L'étude comporte les opérations suivantes :

a. Nous supposons les capacités enlevées et nous calculons alors les valeurs des deux paramètres. Ce calcul est simple, puisque les équations utilisées sont linéaires [équations (1) et équations de Kirchhoff]. Cependant il peut donner plusieurs solutions puisque, les intensités de la plaque étant les coordonnées, les équations (1) se représentent par deux demi-droites. Chaque solution est examinée comme suit :

---

[1] *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 449; *ibid.*, **220**, 1945, p. 194.

b. Les capacités remises en place sont supposées chargées de manière à ne pas troubler la distribution des tensions. Les équations du montage, réécrites en tenant compte de la présence des capacités considérées comme des générateurs de courant continu (voir § 2), se traduisent analytiquement par deux lignes brisées, passant toutes deux par le point étudié.

c. Pour qu'il y ait oscillations de relaxation, il faut qu'un petit écart des intensités entraîne une variation brusque de ces intensités. Un raisonnement physique simple indique quelle doit être la disposition des lignes brisées pour qu'il en soit ainsi.

d. Les lignes brisées indiquent en ce cas quel sera le régime stable qu'adoptera le montage. Mais ce nouveau régime comporte des courants de décharge. Sa stabilité n'est donc qu'instantanée.

e. Par suite des courants de charge ou de décharge, les paramètres subiront une variation lente jusqu'à ce que le système soit à nouveau instable.

f. Le fonctionnement du multivibrateur se déduit de ces considérations. Il ne reste plus qu'à calculer les durées de charge ou de décharge des condensateurs. Nous avons ainsi établi une théorie du multivibrateur.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Recherche d'un élargissement par réflexion des raies d'émission*. Note de MM. **Jean Roig** et **Jean Gobert**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. La réflexion de la lumière à la surface de séparation de deux milieux met en jeu les particules élémentaires de la matière : pour des miroirs métalliques, il s'agit d'électrons libres; pour une substance transparente, des électrons liés aux molécules. Ces particules fonctionnent comme des sources lumineuses secondaires et sont soumises à l'agitation thermique; on peut se demander si leur mouvement ne provoque pas, par effet Doppler, un élargissement de la radiation réfléchie.

Rocard et Rothschild [1] ont recherché cet effet sur des miroirs argentés; nous avons répété l'expérience en utilisant des réflexions multiples sur des lames semi-argentées [2]. *Le résultat a été négatif*. Toutefois les électrons libres, qui n'obéissent pas à la statistique de Boltzmann, ne présentent pas le même mouvement thermique que les atomes. Au contraire les électrons liés sont nécessairement entraînés par eux. Nous avons donc repris les mesures en utilisant la réflexion à la surface de séparation de l'air et du verre. Pour augmenter l'importance de l'effet à mesurer, nous avons fait subir à la lumière (raie rouge du cadmium) 25 réflexions totales successives à l'intérieur d'une lame de verre à faces planes et parallèles.

---

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 313.

(2) Roig, *Revue d'Optique*, **17**, 1938, p. 424.

Nous avons analysé avec un échelon de Michelson la lumière ainsi obtenue et la lumière directement transmise par la source. Les mesures photométriques ont montré que *les franges obtenues dans les deux cas sont identiques.*

L'expérience n'indique aucun élargissement des raies par réflexion.

II. *Résultats des mesures.* — Les deux figures d'interférences à comparer ont été posées pendant le même temps. Il fallait pour cela affaiblir la lumière directe de la source. Un secteur tournant donnait sur la plaque des plages d'étalonnage. Les clichés étaient dépouillés au microphotomètre enregistreur de Chalonge et Lambert. Nous appellerons x les abscisses en millimètres, lues sur les photogrammes, I l'éclairement en un point de la plaque; nous prenons pour unité l'éclairement d'un maximum et pour origine l'abscisse de ce maximum. L'erreur des mesures photométriques est 2 à 3 % de l'éclairement maximum.

Le tableau suivant donne les résultats des mesures; I_1 concerne la lumière directe, I_2 la lumière 25 fois réfléchie. La distribution lumineuse est assez bien représentée par une formule du type $I_3 = e^{-x^2/p^2}$. Nous avons choisi p de manière que, pour $I = 1/2$, le point calculé se trouve sur la courbe expérimentale moyenne.

x (mm.).........	0	4,2	5,7	6,5	7,2	9,0	11,5	14,5
I_1...............	1	0,870	0,790	0,750	0,665	0,545	0,388	0,277
x (mm.).........	0	3,2	5,0	6,5	8,2	9,5	11,5	14,2
I_2...............	1	0,930	0,835	0,703	0,595	0,500	0,425	0,304
x (mm.).........	0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	
I_3...............	1	0,885	0,760	0,625	0,465	0,333	0,227	

Les courbes I_1 et I_2 sont pratiquement confondues; la courbe I_3 représente assez bien la courbe expérimentale moyenne et ne s'en écarte qu'aux faibles intensités.

On pourrait constater sans difficulté un élargissement des franges qui se traduirait par une variation relative de la demi-largeur β égale à $\Delta\beta/\beta = 1/20$. Le domaine spectral compris entre deux franges successives est $\Delta\lambda = 0,760$ Å. La demi-largeur β (distance des abscisses correspondant à $I = 1$ et $I = 0,5$) est ici 1/20 de frange. L'élargissement $\Delta\beta$ d'une frange, mesuré dans l'échelle des longueurs d'onde, est donc, après 25 réflexions successives de la lumière incidente, inférieure à 0,002 Å.

Nous avons calculé la limite supérieure qui en résulte pour l'élargissement, au cours d'une seule réflexion, d'une raie parfaitement monochromatique. La demi-largeur, ainsi calculée pour $\lambda = 6438$ Å, est inférieure à 0,0025 Å. Rappelons d'autre part que des mesures de M. Cabannes ont montré que la réflexion ne modifie pas la position du maximum d'une raie à 0,001 Å près ([3]).

([3]) JEAN CABANNES, *La diffusion moléculaire de la lumière* (*Recueil des Conférences-rapports*, p. 84).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage des traces de molybdène et de tungstène dans les minerais et les minéraux.* Note de M. **Marcel Orliac**, présentée par M. Charles Mauguin.

I. Molybdène. — *Réaction colorimétrique.* — On sait que, en solution chlorhydrique et en présence d'un réducteur tel que le chlorure stanneux, l'anion molybdique donne, avec le sulfocyanure d'ammonium, un composé soluble rouge sang, $Mo(SCN)^6(NH^4)^3$. Nous avons constaté que cette réaction satisfait aux conditions d'un dosage colorimétrique.

Une cellule photoémissive, éclairée en lumière bleue, nous a permis d'atteindre pour limite de sensibilité $0^{mg},2$ de molybdène par litre de solution.

L'opacité augmente dans les minutes qui suivent l'addition du réactif colorimétrique. Le maximum est atteint au bout d'un temps d'autant plus court que la concentration est plus forte (1 à 6 minutes pour des teneurs comprises entre 60 et 1 mg/litre). Ce maximum, facilement repérable, reste stable d'autant plus longtemps que la concentration est plus faible.

Les écarts extrêmes enregistrés dans la région de sensibilité maximum sont à la limite de précision de notre colorimètre (2 %).

A concentration égale, l'opacité reste pratiquement maximum pour des solutions dont l'acidité est provoquée par 10 à 40^{cm^3} HCl concentré par litre.

Application aux minerais. — 1^g de minerai finement pulvérisé est fondu dans un creuset couvert en nickel avec 4^g d'un mélange à parties égales de CO^3K^2 et CO^3Na^2. Après refroidissement, on reprend par l'eau, on filtre, on neutralise par HCl et l'on fait bouillir pour chasser CO^2. On ajoute 2^{cm^3} de HCl concentré et l'on complète à 100^{cm^3} avec de l'eau.

A 50^{cm^3} de cette liqueur, on ajoute 1^{cm^3} de solution saturée de $SCN(NH^4)$, puis 1^{cm^3} de solution de Cl^2Sn (15^g de Cl^2Sn, $2H^2O$ et 35^{cm^3} de HCl concentré étendus à 200^{cm^3} avec de l'eau). On verse immédiatement dans la cuve photométrique; l'aiguille du microampèremètre se déplace lentement, pour se fixer à une valeur bien déterminée que l'on repère. L'appareil a été préalablement étalonné à partir de solutions à teneurs connues en Mo.

Les écarts notés à partir d'un même minerai ne dépassent pas 7 % et tiennent à des défauts de mise en solution. La durée d'un dosage isolé est de 45 à 50 minutes; avec une prise d'essai de 1^g la limite de sensibilité est de l'ordre de 20^g à la tonne.

II. Tungstène. — *Réaction colorimétrique.* — Les réactions connues pour le tungstène sont relativement peu stables et sensibles. La suivante nous a été suggérée par l'étude précédente sur le molybdène. En milieu acide chlorhydrique concentré, le tungstène donne, avec le même réactif, une coloration jaunâtre, encore visible sous une épaisseur de 15^{cm} avec des solutions contenant $0^{mg},5$ de tungstène par litre. La coloration s'intensifie lentement avec le temps.

Le maximum d'opacité est obtenu par addition de 30^{cm^3} HCl à 40^{cm^3} de solution. Aux faibles acidités la solution reste incolore, ce qui permet de doser *le molybdène en présence du tungstène.*

Application aux minerais et minéraux. — Deux procédés peuvent être utilisés suivant la nature des minéraux :

1° *Fusion du minerai.* — On fond 1^g de minerai finement pulvérisé avec 4^g d'un mélange à parties égales de CO^3K^2 et CO^3Na^2. On reprend par l'eau, on filtre. A la solution on ajoute 10^{mg} d'arsenic sous forme de AsO^4Na^2H, puis on réacidifie légèrement par NO^3H. L'arsenic permet d'entraîner tout le tungstène : on les précipite simultanément sous forme d'arséniate et de tungstate de plomb par une solution concentrée de nitrate de plomb. On fait bouillir, on filtre, on lave, on reprend le précipité par 30^{cm^3} HCL et 10^{cm^3} d'eau.

L'arsenic pourrait précipiter par action du sulfocyanure d'ammonium en milieu acide; on le sépare sur filtre à grain serré après avoir traité la solution tiède par un courant de H^2S pendant 20 minutes. On refroidit et l'on ajoute successivement 1^{cm^3} de solution de Cl^2Sn et 1^{cm^3} de solution saturée de SCN (NH^4).

La solution versée dans des tubes colorimétriques est comparée sous l'épaisseur commune de 15 à 20^{cm}, avec des solutions étalons soumises, en même temps, au réactif colorant.

2° *Désagrégation par l'acide fluorhydrique* (Roches silicatées). — Dans une capsule en platine ou en plomb, on traite 1^g de matière finement pulvérisée avec 5^{cm^3} de HF et 5^{cm^3} de HCl concentré. On évapore à sec, on reprend le résidu par 20^{cm^3} de HCl concentré et l'on filtre sur filtre serré. On lave le filtre avec 10^{cm^3} de HCl concentré, puis avec 10^{cm^3} d'eau.

S'il y a lieu, on précipite l'arsenic par H^2S.

La durée du dosage est de 1 heure 15 minutes. De faibles quantités de molybdène ne gênent pas la réaction colorimétrique; si ce métal devient gênant, on le précipite par H^2S. Une prise d'essai de 1^g permet, par les deux procédés, de doser le tungstène dans les minéraux qui en renferment au moins 20^g par tonne.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur les limites d'inflammabilité des mélanges d'oxyde de méthyle et d'air.* Note de MM. **Guy Pannetier** et **Paul Laffitte**.

Nous avons étudié les limites d'inflammabilité des mélanges d'air et d'éther méthylique à la pression atmosphérique, pour lesquels aucune détermination expérimentale n'a été publiée. Nous avons opéré par la même méthode que celle qui nous a servi pour les mélanges avec l'oxygène [1].

Limites inférieures. — Les flammes sont identiques à celles que l'on observe avec l'oxygène et l'on retrouve les mêmes phénomènes que dans ce cas. Quand on fait progressivement décroître la concentration en éther, on trouve d'abord une zone dans laquelle le mélange s'enflamme toujours, qu'il y ait déjà eu ou non une première inflammation dans le tube. Puis, au-dessous d'une certaine limite L_2, il existe une zone assez étroite au-dessous de laquelle (et jusqu'à une limite L_1) le mélange ne s'enflamme que si l'on a au préalable réalisé l'opération suivante : on introduit le mélange dans le tube, où l'on a fait au préalable un vide de 10^{-4} mm; on y fait jaillir l'étincelle (qui ne produit pas d'inflammation); on fait le vide dans le tube jusqu'à une pression de 10^{-2} à 10^{-3} mm; enfin on introduit un mélange identique à celui qui ne s'était pas enflammé et l'on y fait

(1) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 553.

jaillir l'étincelle qui, cette fois, produit l'inflammation. Là encore, et pour les mêmes raisons que dans le cas de l'air, c'est l'eau formée lorsqu'on fait jaillir l'étincelle dans le mélange non inflammable qui, adsorbée par les parois du tube, permet ensuite l'inflammation dans la dernière partie de l'opération. Au-dessous de la limite L_1 les mélanges sont toujours ininflammables.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs observées pour les limites L_1 et L_2 [% de $(CH^3)^2O$] à la température de 24°C. :

Diamètre du tube (mm.).	Propagation ascendante. L_1.	L_2.	L_3.	Propagation descendante. L_1.	L_2.	L_3.
10	4,76	5,57	6,1	4,69	5,48	–
15	4,52	5,08	5,90	4,48	5,00	5,85
20	4,23	4,65	5,7	4,16	4,57	5,80
25	3,99	4,26	5,30	3,93	4,21	5,20

Ces résultats sont parfaitement reproductibles dans les conditions précitées et si les essais se succèdent dans le tube à la cadence de trois ou quatre par heure. Mais, si le tube n'a pas servi depuis un certain temps, il faut, pour enflammer le mélange à coup sûr, utiliser des mélanges dont la concentration en éther est supérieure à celle de la limite L_2. On obtient ainsi une limite L_3 donnée par le tableau précédent.

Limites supérieures. — Les flammes ont la même forme qu'avec l'oxygène, mais elles émettent une lueur verte d'autant moins foncée que le diamètre du tube est plus grand. Contrairement à ce qui a lieu avec l'oxygène, les limites sont les mêmes, que le tube vienne d'être le siège d'une flamme ou n'ait pas servi depuis quelques jours. Avec les tubes de diamètre inférieur à 20^{mm}, les résultats sont parfaitement reproductibles. Mais, au-dessus de ce dernier diamètre, et pour la propagation ascendante seulement, on observe de faibles divergences; il y a donc une légère indécision sur la valeur de la limite. Les valeurs obtenues pour cette limite supérieure L' sont données par le tableau suivant :

Diamètre du tube (mm.).	Propagation ascendante. L'.	Propagation descendante. L'.
10	11,2	11,0
15	12,4	12,0
20	14,0 à 14,3	12,4
25	16,4 à 16,6	14,6

On voit que, pour les tubes de 20 et 25^{mm}, il existe une différence relati-

vement importante entre les deux valeurs de la limite supérieure pour un même tube suivant le sens de la propagation. Or, pour ces diamètres et en propagation descendante, la flamme a un régime oscillant. C'est au moment où se termine son premier retour vers l'arrière et où elle va repartir en avant qu'elle s'éteint. La différence entre les deux valeurs de la limite ne peut être due qu'à ce fait, car, jusqu'à des valeurs de la concentration très voisines de celles de la limite en propagation ascendante, on réussit bien à enflammer le mélange, mais la flamme ne se propage pas et s'éteint au moment de son retour vers l'avant.

Si l'on calcule la limite supérieure d'après les résultats expérimentaux obtenus avec l'oxygène, comme l'a fait von Meyer ([2]), on trouve des valeurs beaucoup trop élevées, ce qui montre que, dans la combustion de l'éther méthylique dans l'air, l'azote ne joue pas seulement un rôle de gaz diluant.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Émission d'oxyde de carbone par action du chlorure d'aluminium sur les chlorures et anhydride interne d'acides mésodihydroanthracènecarboxyliques. Préparation de l'acide mésoanthracènecarboxylique et de son ester méthylique.* Note ([1]) de MM. **Charles Dufraisse** et **Jean Rigaudy**, transmise par M. Marcel Delépine.

En vue d'éclairer certaines anomalies de la réaction de Friedel et Crafts dans la série des acides mésodihydroanthracènecarboxyliques, nous avons fait réagir le chlorure d'aluminium seul sur les chlorures des deux acides dihydroanthracènedicarboxyliques, *cis* (I) et *trans* (II), ([2]), sur le chlorure-ester *cis* (III), ([3]), sur l'anhydride transannulaire (IV), ([4]), et enfin sur le chlorure de l'acide dihydroanthracènemonocarboxylique (V), décrit à cette occasion.

Dans tous les cas il se produit à froid, en CS^2, une vive action, avec dégagement d'oxyde de carbone. Le résultat revient à une décarboxylation, doublée d'une déshydrogénation, qui ramène la molécule au type anthracénique. Il se forme ainsi : à partir des chlorures des diacides, l'acide anthracènecarboxylique (VI); à partir du chlorure-ester, l'ester (VII); à partir de l'anhydride, l'acide (VI), mélangé d'anthracène, et, à partir du chlorure du monoacide, de l'anthracène.

Les rendements, toujours élevés, atteignent parfois jusqu'à 90 %, et nous avons trouvé ainsi, sans la chercher, une méthode avantageuse de

---

([2]) *J. prakt. Chem.*, **10**, 1874, p. 273.

([1]) Séance du 9 juillet 1945.

([2]) J. Mathieu, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 555.

([3]) J. Mathieu, *ibid.*, **219**, 1644, p. 684.

([4]) J. Mathieu, *ibid.*, **219**, 1944, p. 620.

préparation de l'acide anthracènecarboxylique, (VI), et de son ester, (VII), bien plus faciles à obtenir par cette voie que par les anciens procédés.

L'émission d'oxyde de carbone par le réactif de Friedel et Crafts sur les chlorures et anhydrides d'acides n'a été qu'assez rarement signalée,

I: H, COCl; H, COCl — II: H, COCl; ClOC, H — III: H, COCl; H, CO_2CH_3

IV: H, CO, O, CO; H — V: H, H; H, COCl — VI, VII: COOR; R = H; R = CH_3

et les exemples décrits font l'effet de phénomènes plutôt exceptionnels, eu égard à la multitude des travaux appliquant la célèbre réaction suivant son cours normal.

Nos observations sont à rapprocher tout spécialement de l'une de celles que Boeseken a relatées dans un important Mémoire consacré au sujet ([5]). L'auteur a obtenu de l'isobutène, $CH^2=C(CH^3)^2$, à partir du chlorure de pivalyle, $(CH^3)^3$ C—CO—Cl; il a donc obtenu, comme nous-mêmes, un départ de CO et ClH, avec création d'une double liaison.

On remarque, dans cet exemple, l'absence d'hydrogène en α par rapport au carboxyle. En série aliphatique, il semble que ce soit une condition à la scission, sinon nécessaire, du moins très favorable, comme il ressort des indications de Desfontaines ([6]) et surtout de Rothstein et Saboor ([7]).

Nos réactions, elles, ont lieu avec une remarquable facilité, malgré un hydrogène en α; peut-être est-ce à cause de la structure anthracénique finale qu'elles se singularisent de la sorte.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques amines cyclohexaniques actives.* Note ([1]) de M. **Max Mousseron**, présentée par M. Marcel Delépine.

Méthyl-3 aminocyclohexane. — Il a été obtenu par réduction alcool-sodium de l'oxime de la méthyl-3 cyclohexanone active; l'un des stéréoisomères B a été isolé par cristallisation dans l'alcool 95° de son *d*-tartrate acide F 183°,

---

([5]) *Recueil Trav. Chim. Pays-Bas*, **29**, 1910, p. 85.

([6]) *Comptes rendus*, **134**, 1902, p. 295.

([7]) *J. Chem. Soc.*, 1943, pp. 425-429.

([1]) Séance du 12 novembre 1945.

$[\alpha]_{546}+17°,1$ ou de son dérivé benzoylé F 155°, $[\alpha]_{546}$ —24°,6. L'amine qui correspond possède les caractères $É_{760}$ 143°, d_{25} 0,8434; n_D^{25} 1,4495; $[\alpha]_{546}$ —2°,65; $[\alpha]_{579}$ —2°,37; son stéréoisomère a été séparé à partir du benzoate ([2]); il a été également obtenu par fractionnement du naphtalène carbonate β en milieu alcoolique F 162°, $[\alpha]_{546}$ —3°,45, correspondant à l'amine A, $[\alpha]_{546}$ —1°,40.

J'ai tenté, en collaboration avec P. Brun, de déterminer quelle était la configuration spatiale de chacune de ces amines, en évaluant la constante d'hydrolyse de quelques amides dérivés (nous indiquerons également les valeurs correspondant aux méthyl-2 et méthyl-4 aminocyclohexanes).

	K	
	A.	B.
(Méthyl-2 cyclohexyl) benzène carbonamide	0,045	0,075
(Méthyl-3 cyclohexyl) benzène carbonamide	0,055	0,080
(Méthyl-3 cyclohexyl) octadécanamide	0,340	0,500
(Méthyl-3 cyclohexyl) naphtalène carbonamide	0,290	0,350
(Méthyl-4 cyclohexyl) benzène carbonamide	0,110	0,140

Les vitesses d'hydrolyse ([3]) de la série A sont plus faibles que celles de la série B; le rapport K_B/K_A diminue avec l'éloignement du groupe méthyle (1,60-1,45-1,25), montrant l'influence de l'empêchement stérique : les composés A paraissent donc avoir une structure *cis*.

Méthyl-3 alcoylaminocyclohexanes. — Ils ont été préparés par amination de la méthyl-3 cyclohexanone active, en utilisant non pas l'ammoniaque, en présence du couple Ni-Zn selon Harley ([4]), mais la méthyl, l'éthylamine; ils semblent posséder la forme *trans* : méthyl-3 (méthylamino)-1 cyclohexane É 162°; d_{22} 0,843; n_D^{22} 1,4502, $[\alpha]_{546}$ —7°,60, $[\alpha]_{579}$ —6°,65, chlorhydrate F 118°; méthyl-3 (éthylamine)-1 cyclohexane É 175°, d_{22} 0,829; n_D^{22} 1,4480, $[\alpha]_{546}$ — 8°, $[\alpha]_{579}$ —7°,10; chlorhydrate F 194°.

Cette technique n'a pu être étendue aux homologues supérieurs; ainsi l'amination par la *n*-butylamine en présence de Ni-Zn conduit au méthyl-3 (iminobutyl)-1 cyclohexane, isolé à l'état de chlorhydrate F 94°, qui s'hydrolyse comme le montre la variation du pouvoir rotatoire $t=0$, $[\alpha]_{579}$ —13°; $t=2^H$, —4°,5; $t=20^H$ + 2°,2 (C 10 %, alcool 20°). La formation d'imine précède donc celle d'amine ([5]), la réduction avec Ni-Zn ne permettant pas de saisir l'amine, si la condensation en carbone de l'amine à fixer est trop élevée.

Méthyl-3 (diméthylamino)-1 cyclohexanes. — Obtenus par action de l'acide formique et du formol sur les amines primaires actives ([6]). Amine A

([2]) Mlles Cauquil, Guizard et Calas, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **8**, 1942, p. 252.

([3]) Calvet, *Thèses de Sciences*, Paris, 1932.

([4]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 304; *Pharm. Gallica Acta*, 1944, p. 15.

([5]) Mignonac, *Ann. Chim.*, 11e série, **2**, 1934, p. 256.

([6]) Skita et Rolfes, *Ber. d. chem. Ges.*, **53**, 1920, p. 1250.

$[\alpha]_{546}$ —4°,20; amine B, —7°,35. L'iodométhylate traité par l'oxyde d'argent donne le méthyl-3 cyclohexène actif.

Alcoyl-2 cyclohexène-2 amines-1. — Elles prennent naissance à côté des amines chlorées par action du pentachlorure de phosphore sur les alcoyl-2 amino-1 cyclohexanols-2, par perte spontanée d'acide chlorhydrique :

C/R, OH, CH—NH², → , C—R, CH—NH²

R = CH³, É 170°; d_{25} 0,904; n_D^{25} 1,4853; $[\alpha]_{546}$ —17°,2. Phosphate F 155°.
R = C²H⁵, É 180°; d_{25} 0,905; n_D^{25} 1,4882. Phosphate F 180°,

La position de la double liaison a été fixée en partant du méthyl-2 amino-1 cyclohexanol-2, spécialement dédoublé, $[\alpha]_{546}$ + 13°,8, qui conduit au méthyl-2 amino-1 cyclohexène-2 actif, alors que le méthyl-2 amino-1 cyclohexène-1 serait inactif. Parallèlement l'action du pentachlorure de phosphore sur l'amino-1, méthyl-1 cyclohexanol donne l'amino-1, méthyl-1 cyclohexène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Arsénicaux furyliques-α. Dérivés primaires, secondaires et tertiaires.* Note (¹) de M. **André Étienne**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai indiqué (²) une nouvelle préparation de l'arsine tertiaire furylique-α, la trifurylarsine (I), et sa transformation en arsines chlorées secondaire et primaire, la difurylchlorarsine (II) et la furyldichlorarsine (III). Cette méthode était, avec celle des mercuriens, la seule qui permettait d'isoler des arsénicaux furyliques-α tri, bi ou monosubstitués.

Une autre voie d'accès, réservée seulement aux dérivés secondaires, est encore permise par dégradation d'un dérivé tertiaire, l'oxyde de trifurylarsine (V), obtenu facilement par hydrolyse du dichlorure de trifurylarsine (IV) et par oxydation de la trifurylarsine. J'ai remarqué en effet que, par scission alcaline, cet oxyde tertiaire perd un reste aromatique à l'état de furan et se transforme en sel de l'acide difurylarsinique (XIV). Une telle désarylation, caractéristique des arsénicaux furyliques, peut être effectuée, avec un rendement presque théorique, en un seul temps, à partir de la trifurylarsine, si l'on utilise une solution alcaline oxydante; on a alors l'équation

$$R_3As \xrightarrow{+O} R_3AsO \xrightarrow{+NaOH} R_2AsO_2Na + RH.$$

La dégradation s'arrête au dérivé secondaire, le passage à un dérivé primaire,

(¹) Séance du 15 octobre 1945.
(²) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 562.

tel que l'acide furylarsonique (XV), n'ayant pu être réalisé dans les mêmes conditions.

R = furyle-α (noyau furane : HC=CH—CH=C—, O) ou C^4H^3O (α)—

(I)	R_3As	(II)	R_2AsCl	(III)	$RAsCl^2$
(IV)	R_3AsCl^2	(VI)	$R_2As—O—AsR_2$	(VII)	$RAsO$
(V)	R_3AsO	(VIII)	$R_2AsCO^2CH^3$	(IX)	$RAs(CO^2CH^3)^2$
		(X)	R_2AsCN	(XI)	$RAs(CN)^2$
		(XII)	$R_2As—AsR_2$	(XIII)	$RAs=AsR$
		(XIV)	R_2AsO^2H	(XV)	$RAsO^3H^2$

Si l'on s'en rapporte aux expériences de Lowe et Hamilton (²), il peut sembler difficile de préparer un certain nombre de dérivés des arsines chlorées, furyldichlorarsine et difurylchlorarsine. En effet ces auteurs font remarquer que l'hydrolyse oxydante, par l'eau oxygénée, du mélange des trois arsines ne donne pas les acides correspondants mais aboutit à une décomposition au contact de l'eau : il y a vraisemblablement scission de la liaison C—As et résinification du noyau furan par l'acide chlorhydrique libéré. J'ai remarqué, par contre, que l'hydrolyse alcaline de la difurylchlorarsine et de la furyldichlorarsine aboutit aux oxydes correspondants (VI) (VII). Ceux-ci, oxydés, donnent les acides difurylarsinique (XIV) et furylarsinique (XV), le dernier étant très instable.

De plus les oxydes secondaire et primaire peuvent fournir des sels avec les acides, ou mieux avec les anhydrides d'acides (dans le cas où les sels sont trop hydrolysables), pour les acétates (VIII) (IX) par exemple. Pour les sels d'acides volatils on peut encore avoir recours à la double décomposition des arsines chlorées avec un sel de métal lourd, comme c'est le cas pour les cyanures de furylarsine (X) (XI), obtenus par réaction des chlorarsines avec le cyanure d'argent.

Par réaction sur les oxydes et les acides secondaires et primaires, les réducteurs, tels que l'acide hypophosphoreux, donnent respectivement le tétrafuryldiarsyle ou furylarshydrazine (XII) et l'arsénofuran ou furylarsinoïque (XIII), corps très oxydables à l'air qui ont pu être stabilisés par effet antioxygène.

On retrouve, avec les arsénicaux furyliques-α, l'ordre de stabilité déjà constaté pour les arsénicaux aromatiques et aliphatiques : les dérivés tertiaires sont plus stables que les secondaires, lesquels sont plus stables que les primaires. Cependant dans chaque catégorie les composés furyliques sont plus facilement décomposables que les benzéniques et thiofénique analogues. Cela tient d'abord à la très grande altérabilité du noyau furan et d'autre part à la fragilité de la liaison de l'arsenic au carbone furylique-α.

Description des corps obtenus (les nouveaux en italique).

Dérivés tertiaires. — Dichlorure de trifurylarsine (IV); cristaux incolores, F 128-129° [F (Litt.) (³) 132], fumant à l'air.

(³) W. C. Lowe et C. S. Hamilton, *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1081; *ibid.*, p. 2314.

Oxyde de trifurylarsine ($C^{12}H^{9}O^{4}As$) (V); cristaux incolores, F 137-138°.

Dérivés secondaires. — *Oxyde de difurylarsine* ($C^{16}H^{12}O^{5}As^{2}$) (VI); liquide huileux incristallisable et indistillable.

Difurylacétoxyarsine ($C^{10}H^{9}O^{4}As$) (VIII); cristaux incolores, très hydrolysables et hygroscopiques, F 48-50°. 40° (tube); $É_{10}$ 161-162°.

Difurylcyanarsine ($C^{9}H^{6}O^{2}NAs$) (X); cristaux incolores, très hydrolysables, F 32°, $É_{20}$ 166-167°.

Acide difurylarsinique (XIV); aiguilles incolores, F 141° [F (Litt.) (2) 138°].

Tétrafuryldiaryle ($C^{16}H^{12}O^{4}As^{2}$) (XII); cristaux incolores, F 107-108°; il s'autooxyde avec échauffement au contact de l'air en oxyde de difurylarsine et en acide difurylarsinique; il peut être stabilisé si on le fait cristalliser dans une solution benzénoalcoolique à 1 % d'hydroquinone.

Dérivés primaires. — *Oxyde de furylarsine* ($C^{4}H^{3}O^{2}As$) (VII); cristaux incolores, F 148-150°; il donne avec les alcalis les réactions de l'acide furylarsinique $\begin{matrix} R \\ H \end{matrix}\!\!>\!AsO^{2}H$ et se décompose au-dessus de 100° en trifurylarsine et anhydride arsénieux.

Furyldiacétoxyarsine ($C^{8}H^{9}O^{5}As$) (IX); liquide peu stable, très hydrolysable, $É_{2}$ 129-130°, d_{4}^{20} 1,526, n_{D}^{20} 1,5245.

Furyldicyanarsine ($C^{6}H^{3}ON^{2}As$) (XI); aiguilles incolores, très hydrolysables, F 105°.

Acide furylarsonique ($C^{4}H^{5}O^{4}As$) (XV); cristaux incolores, F 133°; il se décompose au-dessus de 50° et il est peu stable en présence d'acide chlorhydrique même dilué.

Arsénofuran ($C^{8}H^{6}O^{2}As$) (XIII); cristaux jaunes, F 87°. Il s'autooxyde à l'air en oxyde de furylarsine probablement par l'intermédiaire de l'oxyde interne, R—As—As—R (les deux As reliés par un O), F 182-185° Il peut être stabilisé comme le tétrafuryldiarsyle, par cristallisation dans une solution benzénoalcoolique d'hydroquinone.

MINÉRALOGIE. — *Modifications expérimentales de la palygorskite de Taodeni. Application à l'interprétation des courbes thermiques des argiles de ce groupe.* Note (1) de Mlle **Simonne Caillère** et MM. **Stéphane Hénin** et **Lucien Turc**.

L'une de nous a montré (2) qu'il était possible d'identifier les palygorskites grâce à leurs courbes thermiques différentielles obtenues avec le dispositif de Saladin-Le Chatelier. Celles-ci présentent en effet un certain nombre de caractères communs : crochets endothermiques à 150°, à 340° et à 520°. Toutefois, en dehors de ces caractéristiques, les courbes de ce groupe d'alumino-silicates montrent certaines différences qui, jusqu'ici, n'avaient pu être interprétées. C'est ainsi que des échantillons comme ceux de Gorbatov, d'Arles-sur-Tech et du Vigan donnent une courbe mettant en évidence, en dehors des trois inflexions signalées ci-dessus, un crochet endothermique faible vers 800°, tandis que ceux du Mont Pilat, d'Odivello (Portugal), de Miramont (Haute-Loire) et de Maevatanana (Madagascar)

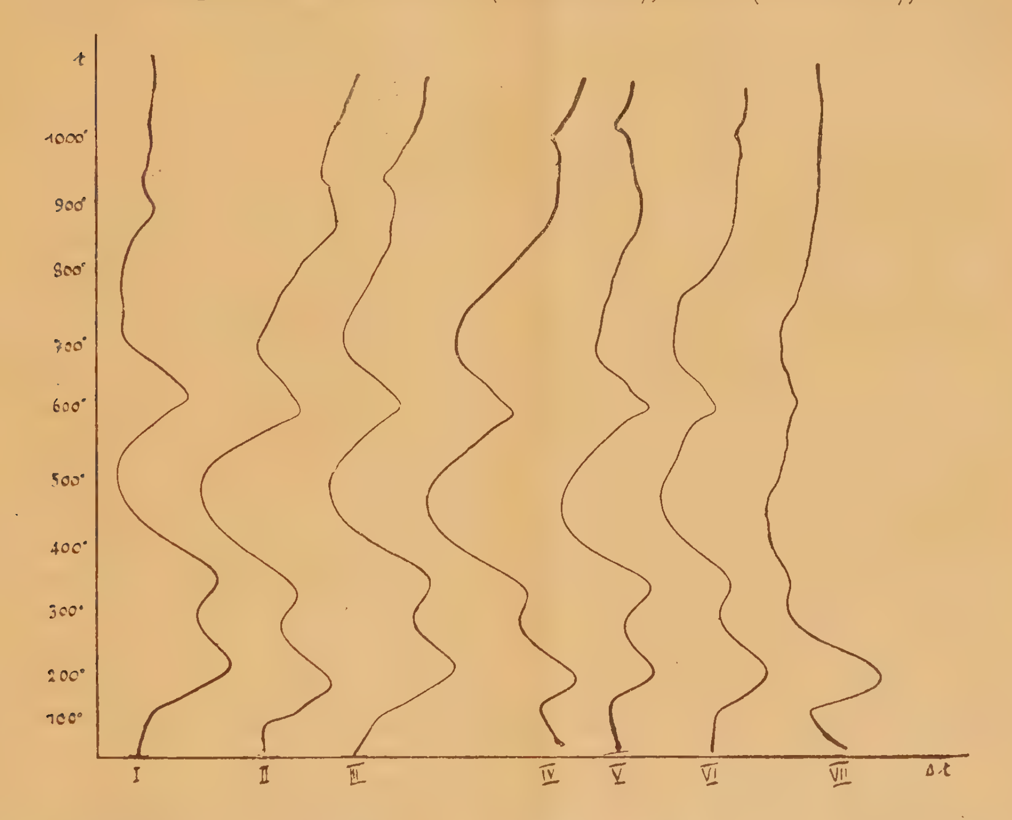
(1) Séance du 12 novembre 1945.

(2) S. Caillère, *Comptes rendus*, 198. 1934, p. 1354.

fournissent un diagramme thermique révélant un léger phénomène exothermique vers 920°.

Ces deux types de courbes ont pu être obtenus avec un même minéral, la palygorskite de Taodeni (Sahara) [3], en fixant, par échange de bases, divers cations sur cet échantillon broyé finement mais non tamisé.

C'est ainsi que la fixation de Fe (courbe III), de Al (courbe IV), et de H



fait apparaître l'inflexion exothermique à 920°, alors que l'adsorption de Na et de Ba (courbe II) s'accompagne du crochet endothermique à 800°.

D'autre part la fixation de Fe, de Al et de Ba tend à diminuer le crochet à 340°. Par contre Na (CO^3Na^2) et NH^4 [$CO^3(NH^4)^2$] (courbe I) l'augmentent d'une manière très notable.

En outre, dans une seconde série d'essais, la polygorskite a été attaquée par SO^4H^2 N/4, un traitement comportant 20 minutes d'ébullition étant pris comme unité. L'évolution de la courbe thermique en fonction du nombre des traitements : 1 (courbe V), 3, 5 (courbe VI), 7, 14, 20 (courbe VII), montre une variation très lente de celle-ci, traduisant une grande résistance du minéral à l'action de l'acide. Au bout de 20 attaques, la courbe de la palygorskite, bien que très atténuée, est encore reconnaissable.

([3]) S. Caillère, *Comptes rendus, 72e Congrès Soc. Sav.*. 1939, pp. 147-150.

Ces résultats montrent que l'on peut faire varier l'allure du diagramme thermique des palygorskites entre certaines limites correspondant aux divers aspects pris par les courbes des échantillons naturels. D'autre part en associant l'analyse thermique et l'attaque par les acides, il est possible d'établir un nouveau caractère qui paraît assez spécifique, ce qui facilitera la détermination de ce minéral dans une roche. Ces résultats, s'ajoutant à ceux que nous avons obtenus précédemment, confirment le caractère très général de l'action de petites quantités de cations, fixés par un minéral argileux, sur la courbe thermique de celui-ci.

CLIMATOLOGIE. — *Application des méthodes statistiques à la climatologie.* Note [1] de M. **Gaston Grenet** et Mme **Françoise Bayard-Duclaux**, présentée par M. Charles Maurain.

Donnée climatologique importante sans conteste, la température moyenne de l'air est insuffisante pour caractériser la température. Nous pensons que l'étude de la répartition statistique des températures peut mettre en évidence certaines caractéristiques du climat que les moyennes ne font pas apparaître.

On a déjà cherché comment se répartissent les températures observées en un lieu donné [2], mais en général on a effectué ces statistiques sur des températures moyennes de chaque journée et en utilisant les observations d'un mois entier. Il nous semble que ces bases diminuent l'intérêt de ces statistiques parce que la température moyenne d'une journée n'est pas un phénomène physique simple, et qu'un type de temps ne se présente pas de la même façon au début ou à la fin d'un mois, surtout au printemps et à l'automne dans nos régions.

L'idéal serait de disposer de plusieurs centaines d'années d'observation et d'étudier les températures pour le même jour de chacune des années. Comme cela est irréalisable, nous avons tourné la difficulté en considérant non les mêmes jours, mais les mêmes décades et en ramenant toutes les observations au jour moyen de la décade considérée en les corrigeant de la variation annuelle de température. Nous avons étudié ainsi la répartition statistique des maxima et des minima de température à Clermont-Ferrand (Côte de Landais) pour la période 1912 à 1945. Pour adoucir ces courbes, les températures étant évaluées au dixième de degré près, la fréquence d'observation d'une température t est obtenue en faisant la

(1) Séance du 8 octobre 1945.

(2) Voir par exemple G. Rempp, *Annuaire de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg*, 1926, 1re partie, *Météorologie*, p. 117.

moyenne des fréquences des températures comprises entre $t+0{,}4$ et $t-0{,}4$.

Les courbes ainsi adoucies sont encore un peu irrégulières, mais leurs caractéristiques principales sont bien nettes et les courbes correspondant aux différentes époques de l'année sont très différentes. Certaines présentent plusieurs maxima particulièrement nets et intéressants.

Pour caractériser ces courbes au moyen d'un petit nombre de chiffres, nous avons cherché empiriquement à les représenter au moyen d'une somme de courbes de Gauss. La représentation étant satisfaisante, nous voyons là surtout un moyen simple de représentation, sans affirmer que dans tous les cas chaque courbe de Gauss ainsi définie représente un type de temps.

Chaque courbe de Gauss est caractérisée par trois nombres : la température la plus probable, correspondant au centre de la courbe, le rapport de son aire à l'aire totale de la courbe, c'est-à-dire la probabilité du type de temps que peut représenter cette courbe, enfin l'écart quadratique moyen, qui caractérise la dispersion de la courbe.

A titre d'exemple nous allons montrer les résultats obtenus pour la période du 1er au 10 mai. On peut représenter les courbes de fréquence au moyen de trois courbes de Gauss :

	Minima.			Maxima.		
Type...	1.	2.	3.	1.	2.	3.
Température du maximum de fréquence...	0°,2	3°	7°	13°	18°,5	24°
Probabilité (%)........................	6	7,5	86,5	23,6	58,7	17,7
Écart quadratique moyen	0,6	0,8	2,5	1,7	2,2	1,4

La courbe correspondant à 0°,2 est intéressante, d'autant plus qu'elle correspond à un maximum extrêmement net sur la courbe, résultant directement des statistiques. Elle représente les types de temps amenant les gelées printanières tardives. On sait que ces gelées s'observent avec des températures de l'air sous abri voisines de 0°, mais un temps clair favorisant les basses températures au sol. Ces températures ne s'observent qu'assez rarement, puisque leur fréquence ne représente que 6 % du nombre d'observations. Mais, comme elles sont à craindre pour l'agriculture pendant une période dépassant 10 jours par an, on conçoit que les gelées correspondantes produisent des dégâts sensibles d'une façon assez fréquente.

Pendant la même période, les maxima se présentent d'une façon différente, puisque les maxima moyens sont les plus fréquents, avec des probabilités à peu près égales de maxima faibles ou de maxima élevés.

Nous nous proposons d'étudier par cette méthode les températures extrêmes observées à Clermont-Ferrand pour chaque décade de l'année.

PALÉOBOTANIQUE. — *Tableau d'ensemble de l'histoire forestière flandrienne française.* Note de M. **Georges Dubois** et M[me] **Camille Dubois**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Il y a un peu plus de 20 ans que l'histoire forestière flandrienne (c'est-à-dire celle du Glaciaire terminal et du Postglaciaire) fait l'objet de recherches en France, par la méthode de l'analyse pollinique des tourbes et sédiments tourbeux. Divers chercheurs français et étrangers s'y sont appliqués, soit en pratiquant les analyses polliniques, soit en aidant au travail sur le terrain ([1]). Les recherches les plus actives et les plus récentes ont été conduites par nos élèves et nous-mêmes d'une part, par G. Lemée d'autre part.

En montagne, au-dessus de l'altitude 500^{m}, ont été explorés : les Vosges, le Jura (très peu), les Monts d'Auvergne (Monts Dore, Cézallier, Cantal), la Montagne bourbonnaise et forézienne, les Monts du Velay, l'Aubrac, le Mont Lozère, l'Aigoual, la Montagne de l'Espinouse, la Montagne limousine, les Alpes de Savoie et Haute-Savoie, le plateau de Sault subpyrénéen, la Corse.

Les plateaux, pentes, collines et plaines étudiés, sont principalement : les Basses Vosges gréseuses, la plaine d'Alsace, l'Argonne, la Flandre lilloise et maritime, la Picardie, Paris et les environs de Paris, la basse vallée de Seine, la Normandie, la Montagne d'Arrée, la région brestoise, les côtes du Finistère, la région nantaise, la Marche, le Berry, quelques régions d'Aquitaine, les collines béarnaises, la région lyonnaise.

Il nous est ainsi possible maintenant de dresser une synthèse de l'histoire forestière française beaucoup plus étoffée que les aperçus préliminaires que l'un de nous a déjà présentés.

Nous laissons de côté un début d'histoire correspondant à la période d'Alleröd, sur laquelle nous n'avons encore que peu de renseignements ([2]). C'est dire que nous envisageons l'histoire forestière à partir de l'an —9000 environ, histoire qui englobe les périodes subarctique-préboréale, boréale, atlantique, subboréale, subatlantique.

Pour l'ensemble du territoire français, l'histoire forestière ainsi considérée

---

([1]) Leurs publications portent les noms de M. Denis, M[me] C. Dubois, M[lle] F. Dubois, G. Dubois, S. I. El. Dabh, G. Erdtman, F. Firbas, F. Firtion, L. Glangeaud, J. Gourc, J. P. Hatt, M[lle] M. Hartopp, A. Hée, P. Keller, G. E. Kielhauser, G. Lemée, E. Leroux, G. Mazenot, E. Oberdorfer, N. Théobald, E. Walter.

([2]) G. Dubois et M[me] C. Dubois, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 465.

montre la succession de phases forestières caractérisées par la présence, rarement exclusive, plus souvent dominante, de : 1° Saule-Bouleau-Pin; 2° Pin; 3° Coudrier; 4° Chênaie mixte (Chêne + Tilleul + Orme); 5° Chêne-Hêtre-Aulne-Sapin. La phase de la Chênaie mixte date la période Atlantique et correspond à la température optimale du Flandrien.

Dans cet ensemble deux grands *faciès paléosilvatiques* sont à envisager : celui des montagnes, celui des plaines, collines et plateaux. Ils ne diffèrent guère l'un de l'autre, avant le Subboréal, que par des degrés de dominance des arbres ou groupes d'arbres caractéristiques de chaque phase, encore que cette indication n'ait rien d'absolu. Ils diffèrent ensuite plus nettement dès le Subboréal et surtout pendant le Subatlantique jusqu'à nos jours, ainsi qu'on va le voir.

1° Le *faciès de montagne* typique est celui de nos moyennes montagnes : Vosges, Jura occidental, Monts d'Auvergne, du Bourbonnais et du Forez. Il prend tout son caractère avec la Fagabiétaie (Hêtre + Sapin), parfois presque exclusive, qui remplace souvent très brusquement la Chênaie mixte atlantique; l'Épicéa y fait totalement défaut. Les variétés de ce faciès, observables dans le Sud-Est du Massif Central, sont caractérisées par une moindre extension des deux composants de la Fagabiétaie, surtout du Sapin. En une autre variété, en bordure des Monts d'Auvergne et en Montagne limousine, le Chêne garde une place importante après la phase de Chênaie mixte, aux dépens de la Fagabiétaie, principalement du Sapin.

Au contraire, au pied des Pyrénées orientales, près de Quillan, le Chêne est mélangé au Sapin aux dépens du Hêtre presque inexistant, sauf à la fin de l'histoire forestière; en outre la présence d'Épicéa y a été signalée à partir du Subboréal, mais elle est remise en discussion.

L'Épicéa, qui est chez lui en Suisse, révèle sa présence en nos tourbières jurassiennes voisines de la frontière franco-suisse. En un faciès alpin de Haute-Savoie, le Hêtre est pratiquement inexistant et le Sapin puissant, mais celui-ci fait brusquement place à l'Épicéa à une date qui paraît quelque peu antérieure au début de l'ère chrétienne.

Plus haut que 2000^{m}, on ne connaît en Savoie que Pins, Melèze, Aulne vert. En Corse les Pins dominent constamment sur la Fagabiétaie, qui se manifeste par une poussée de Sapin suivie finalement de celle du Hêtre.

2° Le *faciès des plaines, collines et plateaux* est caractérisé, aux périodes postérieures à l'Atlantique, par leur richesse forestière en Chêne, Hêtre ou Aulne, parfois en Pin et Bouleau, qui ont subsisté depuis leur première installation. Le Coudrier demeure souvent fréquent. Le Sapin est absent, sauf en Montagne d'Arrée et sur les collines béarnaises. Les détails locaux du faciès ne prêtent guère à un exposé d'ensemble. Toutefois signalons les deux aspects extrêmes de l'histoire forestière de nos plaines et collines :

la forme diffuse, avec faibles variations des pourcentages à tous niveaux (région du Sud-Ouest par exemple); la forme contrastée, avec Chêne presque exclusif succédant brusquement, après l'Atlantique, à des Pins également presque exclusifs (certains points de la région parisienne par exemple).

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Relations entre l'état de division de la chromatine et l'intensité du métabolisme cellulaire.* Note de M. **Georges Malvesin-Fabre**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au cours d'une étude approfondie, entreprise sur les conseils de M. Ph.-A. Dangeard et portant sur 21 espèces d'Aracées, nous avons examiné la structure nucléaire dans les cellules embryonnaires et dans les tissus définitifs. Nous avons constaté que, chez la même espèce et le même individu, le noyau, dans les cellules définitivement différenciées, a un aspect variable suivant le tissu et l'activité métabolique. Les différences ainsi observées montrent une liaison entre la structure nucléaire et la biologie cellulaire. Ainsi les noyaux des cellules stomatiques ont une structure granulo-réticulée bien plus uniforme que celle des noyaux des cellules épidermiques, qui possèdent des chromocentres composés. Et lorsque, dans la même feuille, l'épiderme pétiolaire et celui du limbe ont un catabolisme d'intensité différente, la structure nucléaire est plus fine dans celui où le catabolisme, plus important, se traduit par une activité sécrétrice.

Si, dans une racine, les noyaux du parenchyme cortical ont des chromocentres volumineux, on trouve une structure beaucoup plus homogène, avec des chromocentres très petits ou presque nuls dans les noyaux des cellules sécrétrices ou à tannoïdes au stade d'élaboration intense. Les cellules à résinoïdes ont un noyau à granulum très fin et très serré, alors que leurs voisines à métabolisme moins actif offrent une structure nucléaire bien plus grossière, avec empâtements condensés ou chromocentres composés. Au cours de l'évolution des cellules des canaux sécréteurs schizogènes, les noyaux possèdent d'abord des chromocentres très condensés. A l'apparition du méat central intercellulaire, les chromocentres sont moins nombreux, moins condensés et réunis par un réticulum chromocentrique. Au début du stade sécrétoire, ils diminuent de nombre et deviennent plus granuleux, plus lâches. A l'apogée de la sécrétion il n'y a plus que de petits groupes de faibles granulations, tranchant peu sur le granuloréticulum général. Dans les laticifères, les noyaux irrégulièrement réticulés présentent des amas chromocentriques, très faibles chez les laticifères jeunes, plus importants et réunis par des travées chez les laticifères âgés.

Dans les cellules à tannoïdes, où la structure est généralement granulo-

réticulée, on voit peu à peu se constituer de gros chromosomes composés lorsque diminue l'activité métabolique. Chez les cellules à raphides on peut suivre l'évolution cellulaire depuis la différenciation jusqu'à la dégénérescence. A l'état jeune, la structure nucléaire est obscurément réticulée, avec de nombreux chromocentres nodaux, qui diminuent à la période du métabolisme maximum pour redevenir plus importants au stade de la dégénérescence.

Dans les cellules tapétales de l'anthère, en période trophique, le noyau possède un réticulum assez fin avec de petits chromocentres; mais, dès le début de la période dégénérative, apparaissent des chromocentres composés avec épaississement du réticulum.

Ainsi, quand le métabolisme se ralentit, la chromatine s'agglomère; cette concomitance s'observe jusque dans les cas extrêmes. Dans l'évolution dégénérative, la nécrose naturelle ou accidentelle, les chromocentres composés s'accroissent graduellement jusqu'à la confluence en un granulum général très chromatique caractérisant l'état pycnotique.

L'état de division de la chromatine apparaît comme étant en rapport direct avec l'intensité du métabolisme cellulaire. Aux variations de cette intensité dans une même cellule correspondent des modifications de la structure nucléaire. Plus le métabolisme est intense, plus la chromatine est divisée en fines particules presque uniformément réparties et inversement. Si ces observations, toutes concordantes, étaient renouvelées sur d'autres espèces, on pourrait en inférer que, *dans le noyau végétal le degré de division du matériel thymonucléo-protéique est en raison directe de l'intensité du catabolisme cellulaire.* Ce serait une vérification supplémentaire du rôle catalytique rempli dans l'économie par les nucléoprotides à acide thymonucléique.

CRYPTOGAMIE. — *Nouvelles observations sur la reproduction et la multiplication chez les* Trentepohlia. Note de M. **Armand Hérisset**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Bien que les Trentepohliacées aient été étudiées par un grand nombre de chercheurs, la difficulté de leur examen fait que, en particulier, leur mode de multiplication et leur cycle d'alternance sont encore très discutés. Ces algues sont représentées en Anjou par deux espèces : *Trentepohlia aurea* (L.) Mart., qui croît sur les schistes ardoisiers, *Trentepohlia umbrina* (Kg.) Born., qui végète sur l'écorce des arbres. Nos observations sur ces deux espèces nous ont permis non seulement de rectifier les descriptions classiques, mais encore de résoudre de nombreux points contestés.

Tout d'abord, dans la nature, *T. aurea* nous a montré des *gamétanges*

elliptiques, isolés, pleins ou vides, latéraux ou terminaux, de 20 à 40^{μ}. Ensuite un examen en chambre humide montre que les gamétanges se vident *sur place*, étant encore attachés au filament, et produisent des gamètes ovoïdes à deux flagelles, qui mesurent 6 à 8^{μ} sur 1 à 2^{μ}. Leur copulation isogame conduit à un planozygote, puis à un zygote sphérique bourré d'hématochrome, qui mesure 12 à 15^{μ}. Le développement est lent mais immédiat, ce qui laisse prévoir qu'il n'y a pas de réduction chromatique à ce stade. Nous avons pu observer ce phénomène à deux reprises. Il n'avait pas été décrit, jusqu'ici, dans cette espèce.

Nous n'avons pas rencontré les classiques sporanges pédicellés, ni dans la nature, ni dans les cultures; mais nous avons observé des cellules *sphériques*, souvent en chapelets, attachées ou détachées, et mesurant 20 à 35^{μ}. Quelques-unes, détachées et isolées, sont vides, tandis que d'autres se développent directement en un nouveau filament. Les souches, peu vivaces, et qui montrent de nombreux filaments morts, présentent un grand nombre de ces organes.

Nous avons pensé que ces cellules sphériques pouvaient être des sporanges. De fait, dans certaines cultures glucosées, nous avons observé de telles cellules avec des spores individualisées, 16 en général. Ces grosses cellules, obtenues en culture et placées en chambre humide, nous ont montré l'émission de spores individualisées. Leur libération est immédiate : les zoospores nageantes, déformables, très mobiles, présentent des mouvements de rotation et de translation très rapides. Elles sont fusiformes, sans stigma, un peu plus volumineuses que les gamètes : 8 à 10^{μ}. Elles sont munies de 4 flagelles égaux. Elles redonnent un filament après être passées par un assez long stade d'aplanospore. Les sporanges, *après s'être détachés*, peuvent donc, dans certaines conditions, libérer des zoospores par un pore de la paroi; mais en général ils se développent directement en un nouveau filament, par suite d'une adaptation en rapport avec la vie aérienne de l'Algue. Le sporange, qui se détache, est donc un *organe de dissémination*.

Toutes les souches présentent les trois modes de reproduction : *les deux sortes d'organes existent même souvent sur le même filament*. Les cultures pures, surtout les milieux glucosés, favorisent leur apparition et leur croissance.

Les organes reproducteurs du *T. umbrina* sont plus difficiles à identifier, car ils ressemblent davantage aux cellules végétatives; ils sont peu nombreux, mais identiques à ceux que nous venons de décrire. Les gamétanges produisent des gamètes mesurant 9 à 12^{μ} sur 4 à 6^{μ}, et leur copulation isogame conduit à un zygote de 20 à 22^{μ}, qui fournit directement le nouveau filament. En dehors de cette observation, où nous avons pu

bien suivre plusieurs copulations et développement de zygotes, nous avons assisté à plusieurs émissions de gamètes, sans fusion sexuelle : la copulation, qui exista, est peu fréquente, et fut signalée par Wille en 1878. Les zoospores mesurent 11 à 14$^{\mu}$.

Ayant réussi à éliminer l'hématochrome, nous avons coloré les noyaux des deux espèces par la réaction de Feulgen, et nous avons eu la chance d'observer des cellules terminales et latérales présentant la réduction chromatique (stade synapsis). *Les* Trentepohlia *étudiés ne sont donc pas haplobiontes.* Et l'organe en formation est un futur gamétange de par sa forme, sa situation et surtout par le fait que les mitoses réductrices auxquelles nous avons assisté se sont toujours produites dans des fructifications isolées et attachées au filament. D'autre part il ne nous a pas été possible de mettre en évidence deux sortes de filaments, les uns à cellules haploïdes, les autres à cellules diploïdes. Ces constatations, jointes au fait que l'on trouve dans la nature les gamétanges et les sporanges sur le même filament, nous conduisent à attribuer aux *Trentepohlia* étudiés *un cycle d'alternance du type diplobiontique* : les spores diploïdes sont des spores de multiplication, de dissémination, et les sporanges, qui se détachent, des organes de dispersion. Ils sont aussi une forme de résistance, car, dans les cultures qui meurent, ils demeurent seuls normaux et vivants. Ils apparaissent en grand nombre quand la vie de la colonie paraît menacée par la sécheresse ou par la concurrence vitale; grâce à eux, la pérennité de l'individu est ainsi assurée dans le temps et dans l'espace.

Si l'on ajoute à ce caractère important le mode de vie franchement aérien, la présence d'hématochrome dans les cellules végétatives, il semble que les Trentepohliacées mériteraient, sous le nom de *Trentepohliales*, une place à part dans la série des Isocontes.

CHIMIE VÉGÉTALE. — Quotient d'oxydation réversible *de l'acide ascorbique chez quelques Phanérogames terrestres.* Note de M. **Pierre Lecat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Poursuivant notre étude sur la vitamine C dans le règne végétal, nous avons été amené à donner une forme explicite et concrète au rapport entre la teneur des plantes en acide ascorbique oxydé et leur teneur en acide réduit. Nous avions le choix entre le quotient (acide déhydroascorbique/acide déhydroascorbique + acide ascorbique), toujours inférieur à l'unité ou le quotient (acide déhydroascorbique/acide ascorbique), susceptible d'atteindre une valeur de plusieurs unités chez un certain nombre de plantes aquatiques ainsi que nous l'avons constaté. C'est ce dernier quotient que nous avons adopté et que nous désignerons désormais par

l'expression *Quotient d'oxydation réversible* de l'acide ascorbique. Il unit deux formes mutuellement réversibles de l'acide ascorbique et caractérise le premier stade d'oxydation de ce corps.

Nous nous bornerons à examiner les valeurs de ce quotient pour un certain nombre de plantes terrestres. Les résultats sont relatifs aux analyses effectuées sur le limbe des feuilles arrivées à leur plein développement à l'époque indiquée pour chacune d'elles. Pour la plupart cette époque correspond au début de la floraison. Les sujets étudiés ont été récoltés dans la région parisienne.

Plantes.	Époque de récolte.	En mg pour 100g de feuilles fraîches		Quotient.
		Ac. ascor.	Ac. déhydro.	
LILIACÉES :				
Ruscus aculeatus	Mars	140	8	0,05
» *hypoglossum*	Mars	168	0,1	0,00
» *racemosus*	Mars	126	0,1	0,00
Iris mauve hybride	Mai	386	0,1	0,00
Gladiolus blanc hybride	Juillet	478	19	0,04
CRUCIFÈRES :				
Brassica napus	Avril	112	11	0,10
Alliaria officinalis	Avril	156	22	0,14
Cheiranthus cheiri var	Avril	112	28	0,25
Iberis hybride	Octobre	360	32	0,08
Brassica napus var. *Oleifera*	Novembre	112	10	0,09
GROSSULARIACÉES :				
Ribes nigrum var	Avril	329	20	0,06
OLÉINÉES :				
Syringa vulgaris var	Avril	173	39	0,22
RENONCULACÉES :				
Ranunculus repens	Mai	73	18	0,24
PAPILLONACÉES :				
Wistaria	Mai	370	33	0,08
Cytisus laburnum	Mai	329	35	0,10
Soja hispida var	Juillet	148	37	0,25
Lotus corniculatus	Juillet	78	11	0,14
COMPOSÉES :				
Helianthus annuus var	Août	112	22	0,19
EUPHORBIACÉES ;				
Ricinus Zanzibariensis	Août	190	37	0,19

Les chiffres ci-dessus ont été obtenus par la méthode au 2-6 dichlorophénol indophénol, selon la technique d'A. Sosa [1]. Les dosages sont faits

[1] *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 706; A. SOSA et Mme SOSA-BOURDOUIL, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 25, 1943, p. 146.

sur des extraits déféqués par l'acide métaphosphorique à 5 %, puis par le sulfate d'ammonium à saturation. L'acide ascorbique est dosé sur une moitié des filtrats. L'autre moitié est soumise à un courant de SH^2 et sert au dosage du total (acide ascorbique + acide déhydroascorbique) suivant le mode opératoire que nous avons mis au point ([2]).

Ces divers exemples, pris dans quelques grandes familles, montrent chez les plantes terrestres :

1° une teneur en acide ascorbique très variable suivant les espèces, comme cela a déjà été constaté maintes fois;

2° une teneur en acide déhydroascorbique variable, mais toujours inférieure à la précédente;

3° même lorsque l'acide ascorbique oxydé est en quantité notable (39^{mg} chez Syringa), le quotient ne dépasse pas 0,3;

4° ce quotient tend à augmenter de la saison froide à la saison chaude.

Nous pouvons conclure que, chez les plantes terrestres, l'équilibre biologique entre les deux formes de l'acide ascorbique est très nettement en faveur de la forme réduite.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Les os carpiens du Nandou* (*Rhea*).

Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Des Batraciens les plus inférieurs aux Mammifères les plus évolués un même plan d'organisation se révèle à nous dans le squelette des membres, et cela en dépit des adaptations variées des Tétrapodes à la natation, à la marche, à la course, au saut, à la préhension, au vol.

L'aile de l'Oiseau comporte un humérus, un radius, un cubitus, un carpe et des rayons digités. Au point de vue morphologique, l'adaptation à la vie aérienne s'est produite, chez lui, par : 1° réduction du nombre des rayons digités et des carpiens distaux; 2° coalescence des métacarpiens entre eux et avec le carpe distal, d'où constitution d'un carpo-métacarpe; les carpiens proximaux, radial et cubital demeurent libres, ne disparaissant que chez quelques types très spéciaux comme l'*Apteryx*.

Le Nandou (*Rhea*) est celui des Ratites dont l'aile est le moins régressée. J'ai étudié le carpe d'un jeune spécimen de *Rhea* (*Pterocnemya*) *Darwini* Gould ([1]), originaire de Patagonie; en voici la description :

1° le carpien distal, dont les éléments, au nombre de trois (comme les

---

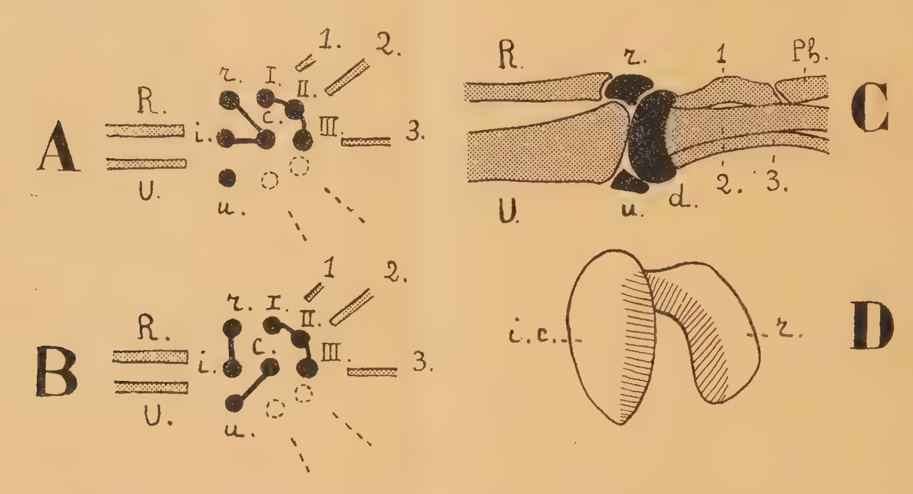
([2]) *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 91, 1944, p. 57.

([1]) Je considère le *Pterocnemya* comme un sous-genre de *Rhea* et non comme un genre particulier, ainsi qu'on le fait parfois.

rayons digités), sont distincts au cours de l'évolution embryologique des Carinates, constitue déjà une seule masse osseuse encore séparée des métacarpiens;

2° les carpiens proximaux sont partiellement ossifiés.

Le radial comporte deux éléments : l'un dorsal, nettement articulé



A. Schéma du carpe d'un jeune Nandou (*Rhea*), figuré en C. Les carpiens distaux et les rayons digités primitifs manquants sont en pointillé dans le schéma.

B. Schéma du carpe d'un jeune Carinate (*Gallus*) au même stade d'ossification que le jeune Nandou ci-dessus. Les carpiens distaux et les rayons digités primitifs manquants sont en pointillé.

C. Face dorsale du CARPE droit d'un jeune Nandou [*Rhea* (*Pterocnemya*) *Darwini* Gould], rapporté de Patagonie par M. le Comte de la Vaulx. Collection d'Anatomie comparée du Muséum. Cet Oiseau a déjà presque atteint la taille de l'adulte, $^3/_4$ de la grandeur naturelle environ.

D. Face supérieure du RADIAL droit d'un jeune Nandou (*Rhea*), dont le carpe est figuré en C. *r*, radial *sensu stricto*; *i. c.*, intermédio-central. En hachures, facettes d'articulation pour le radius. 3 fois grandeur naturelle, environ.

R, radius; U, cubitus; *r*, radial; *u*, cubital; *i*, intermédiaire; I, II, III, 1er, 2e et 3e carpiens distaux; *d*, carpien distal (correspondant aux 1er, 2e et 3e carpiens distaux); 1, 2, 3, 1er, 2e et 3e métacarpiens; Ph, 1re phalange du pollex.

En noir : os carpiens (les os coalescents, au stade étudié, sont unis par un trait sur les schémas A et B). — En grisé : os de l'avant-bras, métacarpiens et 1re phalange du pollex.

avec le radius, représente le radial *sensu stricto*, qui n'est pas encore tout à fait uni à un autre élément, plus volumineux et palmaire, également articulé avec le radius, qui, par sa situation même, correspond au central et à l'intermédiaire du carpe primitif. Le *radial* du Nandou adulte résulte donc de la fusion de trois os : radial, central et intermédiaire, comme l'étude de l'évolution du squelette de l'aile au stade enchondral l'avait fait admettre, en 1925, à G. S. Schestakowa.

Le cubital, sensiblement plus petit que le radial, oblique d'arrière en avant et de dedans en dehors, est allongé, avec une extrémité proximale articulaire plus large pour le cubitus. Il correspond au seul cubital, puisque les deux autres carpiens proximaux et le central viennent d'être mentionnés.

L'étude du squelette de l'Autruche (*Struthio*) adulte tend à me faire présumer que le mode d'union de ses éléments carpiens serait le même que chez le Nandou, comme l'évolution enchrondrale l'avait également fait supposer, en 1896, à N. Nassonov.

Ce stade d'ossification du carpe des *Rheidæ* est intéressant. Il met en évidence que les os carpiens du Nandou et ceux des Carinates n'ont pas la même signification. Les travaux de W. Parker (1888) ont en effet montré que, chez ces derniers, le radial correspond à un intermédio-radial (et non à un intermédio-centro-radial); le cubital, à un centro-cubital (et non à un cubital seulement).

La constitution particulière des os carpiens du Nandou ne résulte aucunement d'un processus régressif, mais, semble-t-il, d'une disposition primitive. Et cette étude sur les *Rheidæ* vient corroborer l'opinion de P. R. Lowe (1928) pour qui les Ratites seraient les représentants d'un phylum archaïque détaché, au cours des temps géologiques, de la souche aviaire ancestrale, avant qu'elle n'ait atteint son stade d'évolution vers la vie aérienne.

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur les variations de l'excitabilité nerveuse sous l'influence des divers sucres.* Note de M. **Paul Chauchard**, Mme **Henriette Mazoué** et M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nous avons précédemment constaté [1] que l'injection à un animal de quelques centigrammes de glucose ou de lévulose entraîne en 10 à 15 minutes un allongement des chronaxies nerveuses (suivi d'un retour progressif à la normale), indice d'une action nerveuse centrale dépressive. Cette propriété est remarquablement élective (moindre toutefois pour le lévulose que pour le glucose), puisque dans les mêmes conditions les autres sucres : galactose, saccharose, maltose, lactose, sorbitol et mannitol, demeurent inactifs. Il nous a paru intéressant de rechercher les effets de ces sucres, non plus après une injection unique mais sous l'effet d'injections quotidiennes répétées.

Nous avons donc administré chaque jour à des Rats blancs, par voie intrapéritonéale, 5^cg de glucose, de lévulose, de galactose, de saccharose, de maltose, de lactose, de sorbitol ou de mannitol, la mesure des chronaxies nerveuses motrices périphériques d'extension et de flexion des orteils étant pratiquée, selon notre technique habituelle, avant chaque injection.

---

(1) Mmes B. Chauchard et H. Mazoué, P. Chauchard et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 470.

L'effet de l'injection précédente une fois passé (lorsque celui-ci existe), les chronaxies reviennent d'abord à la normale; puis, comme il est de règle dans les actions chroniques, elles commencent à apparaître augmentées vers le 3e jour, signe d'une modification permanente. On observe alors une égalisation à niveau haut des chronaxies antagonistes, qui atteignent, vers le 5e jour, une valeur maxima 4 à 5 fois plus forte que la normale, chiffres auxquels elles se fixent. Ces résultats ne s'observent plus seulement avec le glucose et le lévulose, mais sont obtenus avec tous les sucres.

On note encore, sous l'effet de toute nouvelle injection de glucose ou de lévulose, une augmentation transitoire légère des chronaxies comme lors de l'injection unique; par contre aucune modification immédiate n'est enregistrée avec les autres sucres. Sur l'animal dont les chronaxies sont modifiées par effet chronique des sucres, le glucose et le lévulose conservent donc leur électivité d'action. Ceci est vrai dans tous les cas, qu'il s'agisse de l'injection du sucre lui-même responsable des modifications chronaxiques chroniques ou de tout autre sucre. Ainsi le glucose, injecté à un animal recevant quotidiennement du glucose, fait augmenter les chronaxies nerveuses et il en est de même quand le glucose est injecté à un sujet recevant antérieurement du galactose ou du mannitol. Inversement, le mannitol ou le galactose demeurent sans effet immédiat sur les chronaxies quand on les injecte à des sujets déjà soumis à l'action de ces sucres ou recevant antérieurement du glucose ou du lévulose.

Tout porte à croire que l'augmentation des chronaxies nerveuses, qui apparaît après les injections répétées des divers sucres, est sous la dépendance d'une augmentation du taux de glucose sanguin, quel que soit d'ailleurs le sucre en cause. L'effet serait direct dans le cas du glucose ou du lévulose et indirect dans le cas des sucres considérés comme inactifs, dont l'activité ne se manifeste qu'à la suite d'injections multiples. Il est probable, vu la lenteur de la réaction, que celle-ci emprunte l'intermédiaire de la transformation hépatique, les divers sucres étant capables d'élever, plus ou moins rapidement, la richesse du foie en glycogène.

Notons que ces processus concernent uniquement la voie parentérale, car par voie buccale l'ingestion d'un sucre inactif comme le galactose ne cause pas de perturbations chroniques sensibles des chronaxies nerveuses.

Conclusions. — Injectés quotidiennement par voie parentérale les différents sucres exercent sur les chronaxies nerveuses une action chronique, indice de dépression des centres nerveux.

Cette action chronique n'empêche pas l'action immédiate élective du glucose et du lévulose de se manifester, mais ne confère aucune propriété immédiate nouvelle aux autres sucres.

L'élévation chronique des chronaxies semble liée à la possibilité qu'ont les divers sucres de former du glycogène dans le foie et d'augmenter ainsi la teneur en glucose du sang.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La nériifoline, nouvel hétéroside digitalique de* Thevetia neriifolia. Note de M. **Marcel Frèrejacque**, présentée par M. Richard Fosse.

Les hétérosides digitaliques contenus dans les fruits de *Thevetia neriifolia* Juss. ont fait l'objet de nombreuses études ([1]). Mais ce n'est qu'en 1934 que K. K. Chen et A. L. Chen ([2]) ont pu retirer un glucoside cristallisé, la thévétine, du bloc des hétérosides amorphes des noix de *Thevetia*. La thévétine, $[\alpha]_D^{20}$ —62°,5 (CH^3OH), est extraite avec un rendement d'environ 0,5 %. Tschesche ([3]) lui attribue la formule $C^{42}H^{66}O^{18}$.

Utilisant un procédé qui sera décrit ultérieurement, nous avons pu retirer des noix de *Thevetia*, avec un rendement d'environ 3 %, une nouvelle fraction cristalline de glucosides digitaliques. Cette fraction ne constitue pas un corps unitaire. En effet la détermination de son poids moléculaire par saponification de la fonction lactonique, selon Willstätter, et celle qu'on peut déduire du dosage de méthoxyle conduisent respectivement aux nombres 380 et 520. Comme d'autre part, on peut mettre en évidence la présence d'acide acétique dans les produits de saponification de l'hétéroside brut, nous avons été amené à considérer la fraction cristalline isolée comme un mélange, à peu près équimoléculaire, d'un hétéroside nouveau que nous désignons sous le nom de *nériifoline*, et de son dérivé monoacétylé.

Traitant alors l'hétéroside brut par la quantité calculée de potasse alcoolique, nous avons pu obtenir la nériifoline elle-même. Il faut d'ailleurs remarquer que la nériifoline et l'hétéroside brut, acétylés en présence de pyridine, conduisent à une acétylnériifoline unique.

La nériifoline cristallise facilement de l'alcool aqueux ou mieux encore de l'acétate d'éthyle en prismes de saveur amère. Elle fond vers 208°, $[\alpha]_D^{20}$ —49°,5 (CH^3OH). Elle donne les réactions de Legal et de Baljet, réactions caractéristiques des glucosides digitaliques. Les dosages de carbone, d'hydrogène et de méthoxyle conduisent à lui attribuer la formule brute $C^{30}H^{46}O^8$. Il faut mentionner toutefois, comme on l'a signalé déjà pour beaucoup de digitaliques, que la teneur en carbone donnée par l'analyse est un peu inférieure à celle qu'exigerait la théorie.

---

(1) J. K. Lahiri, S. Ghosh et R. N. Chopra, *Arch. der Pharmaz*, 276, 1938, p. 345.
(2) *Journ. biol. Chemistry*, 105, 1934, p. 231.
(3) *Ber. d. chem. Ges.*, 69, 1936, p. 2368.

La diacétylnériifoline, F 134°, $[\alpha]_D^{20}$ —80°(CH^3OH), obtenue par acétylation pyridinée, se dépose de l'alcool aqueux en longues aiguilles brillantes.

Comme la plupart des hétérosides digitaliques, la nériifoline s'isomérise en présence d'un léger excès de potasse alcoolique décinormale. On obtient ainsi l'*isonériifoline*, qui ne donne plus la réaction de Legal. Très peu soluble dans l'alcool, même à chaud, elle est aisément purifiable. Elle se présente sous forme de fines aiguilles, F 251°, $[\alpha]_D^{20}$ —72°($CHCl^3$). Par acétylation pyridinée elle fournit la diacétylisonériifoline, qui se sépare de l'alcool aqueux en aiguilles, F 222, $[\alpha]_D^{20}$ —88°,5($CHCl^3$), peu solubles dans l'alcool froid.

Il est à noter que les dosages de carbone exécutés sur l'isonériifoline et son dérivé acétylé ne présentent pas l'anomalie signalée ci-dessus pour la nériifoline et s'accordent bien avec les formules $C^{30}H^{46}O^8$ et $C^{34}H^{50}O^{10}$.

Par hydrolyse, la nériifoline donne naissance à une génine amorphe et à un glucide qui a pu être obtenu à l'état cristallin, sinon pur; ce glucide, qui contient un groupe méthoxyle est très soluble dans l'eau, l'alcool et l'acétone. Dissous dans l'eau, il présente un pouvoir rotatoire de —78° qui s'abaisse à —30° au bout de 2 heures. Ce glucide se laisse aisément acétyler en présence de pyridine, pour donner un dérivé triacétylé facilement recristallisable de l'alcool à 60°. Il se présente sous forme d'aiguilles, F 85-86°, $[\alpha]_D^{20}$ — 96°(CH^3OH). L'analyse conduit à lui attribuer la formule $C^{13}H^{20}O^8$. Le glucide lié à la génine dans la nériifoline est donc un méthylméthoxypentose. Cet ose n'étant identique à aucun des isomères connus, nous proposons de le désigner sous le nom de *thévétose*.

On déduit des résultats précédents que la nériifoline est constituée par l'union du thévétose avec une génine en C^{23} isomère de la digitoxigénine. Il est donc possible dans ces conditions que la nériifoline soit identique à la progénine, non isolée, de la thévétine.

CHIMIE MICROBIENNE. — *L'acide thymonucléique hautement polymérisé, principe capable de conditionner la spécificité sérologique et l'équipement enzymatique des Bactéries. Conséquences pour la biochimie de l'hérédité.* Note de MM. **André Boivin**, **Roger Vendrely** et Mme **Yvonne Lehoult**, présentée par M. Gaston Ramon.

On sait qu'il est possible d'obtenir, en culture, la transformation d'un type sérologique de pneumocoque en un autre, sous l'effet d'un extrait du second type agissant sur la forme *rugueuse* du premier; les Bactéries du second type apparaissent, dans les cultures, sous leur forme *lisse*. Avery, MacLeod et Mc Carty (1) viennent de donner de très sérieuses

(1) *Journ. exp. Med.*, 79, 1944, p. 137.

raisons de penser que le principe actif de l'extrait inducteur n'est autre que de l'acide thymonucléique. Les Américains ne paraissent pas avoir rencontré des phénomènes de transformation de l'équipement enzymatique des germes.

Nous avions déjà montré ([2]), que les Colibacilles peuvent exister sous de très nombreux types distincts, dont chacun est défini par la possession d'un polyholoside spécifique particulier, caractérisé tout à la fois par son comportement sérologique et par sa constitution chimique. Depuis lors nous sommes parvenus à réaliser un changement de type chez les Colibacilles. Nous avons pu obtenir, en même temps, un remaniement corrélatif dans l'équipement enzymatique des germes. Le principe actif responsable de cette double transformation est un acide thymonucléique.

Nous avons expérimenté sur deux types de Colibacilles retirés des matières fécales de l'homme normal, que nous désignerons par C_1 et C_2. C_1 renferme un polyholoside donnant la réaction des acides uroniques, pendant que C_2 contient un glucide de tout autre spécificité sérologique, qui ne présente pas cette réaction. Selon la règle les glucides spécifiques ne se rencontrent que dans la forme lisse des germes. Un extrait de C_1 lisse est préparé en abandonnant les germes à l'autolyse en présence de toluène, en centrifugeant pour éloigner les cadavres bactériens, puis en précipitant une fraction nucléoprotéidique à pH 3,5, qu'on purifie ensuite (élimination du glucide spécifique) par une série de reprécipitations au même pH. Vient-on à ajouter une trace (par exemple 1 mg/cm^3) de ce nucléoprotéide à une culture soit de C_1, rugueux, soit de C_2 rugueux, on aboutit, dans les deux cas, au bout de quelques jours, à une culture mixte contenant, à côté du germe ensemencé, la forme lisse de C_1, porteuse de son polyholoside à acides uroniques. En réalité on assiste non seulement à un changement de type, avec variation dans la constitution chimique du polyholoside spécifique, mais encore à un remaniement de l'équipement enzymatique du Colibacille soumis à l'action du nucléoprotéide inducteur : C_2 fait fermenter le saccharose (intervention d'enzymes *constitutifs* au sens de Karström), alors que C_1 originel, et que C_2 transformé en C_1, ne le font pas fermenter; bien mieux, ils ne peuvent pas même être amenés à attaquer ce sucre par *adaptation* progressive à un milieu où le saccharose représente la seule source de carbone organique.

L'activité inductrice de l'extrait nucléoprotéidique se retrouve dans l'acide nucléique, qu'on peut en isoler par une digestion pepsique suivie

---

([2]) A. Boivin, L. Corre et Y. Lehoult, *C. R. Soc. Biol.*, **136**, 1942, pp. 98, 257 et 432; **137**, 1943, pp. 42, 138, 410 et 714; *Bull. Acad. Méd.*, **127**, 1943, pp. 95, 125 et 162; *Rev. Immunol.*, **7**, 1942, p. 97.

d'une précipitation fractionnée par l'alcool additionné d'acide chlorhydrique. On aboutit, en réalité, à un mélange d'acide ribonucléique et d'acide thymonucléique, comme le montrent les diverses réactions colorées. L'activité persiste après action de la ribopolynucléotidase, mais elle est abolie par l'effet dépolymérisant de la thymopolynucléotidase. Un acide thymonucléique à haut degré de polymérisation est donc en cause.

On sait maintenant que la cellule bactérienne renferme un petit noyau à acide thymonucléique. Le principe, issu de C_1 et qui se montre capable d'imposer à C_2 une constitution moléculaire nouvelle pour son polyholoside et un équipement enzymatique nouveau, ne résulterait-il pas d'une simple *solubilisation* de l'appareil chromosomien rudimentaire de la bactérie C_1 ? L'hypothèse est assez vraisemblable et, si elle répond bien à la réalité, elle ouvre des horizons tout à fait nouveaux et combien prometteurs en ce qui concerne la biochimie de l'hérédité. En particulier, c'est du côté de l'acide nucléique et non plus de la protéine de la molécule géante de nucléoprotéide constituant un gène, qu'il faudrait chercher la raison des propriétés inductrices propres à ce gène. Cela conduirait à envisager la possibilité d'une structure (structure *primaire* ou plus vraisemblablement structure *secondaire*) susceptible de différencier entre eux les divers acides nucléiques à désoxyribose sous leur forme hautement polymérisée.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

A. Lx.